

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

9.5. ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่อยู่ในรูปของผลคูณ

การสร้างสูตรของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่อยู่ในรูปของผลคูณนั้นสามารถสร้างสูตรได้จากสูตรของมุมประกอบของผลบวกและผลต่าง ซึ่งทำได้ดังนี้

จาก $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \dots(1)$

และ $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \dots(2)$

จับสมการ (1) + (2) จะได้ว่า

$$\sin(A + B) + \sin(A - B) = 2 \sin A \cos B$$

จับสมการ (1) - (2) จะได้ว่า

$$\sin(A + B) - \sin(A - B) = 2 \cos A \sin B$$

จาก $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B \dots(3)$

และ $\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \dots(4)$

จับสมการ (3) + (4) จะได้ว่า

$$\cos(A + B) + \cos(A - B) = 2 \cos A \cos B$$

จับสมการ (4) - (3) จะได้ว่า

$$\cos(A - B) - \cos(A + B) = 2 \sin A \sin B$$

9.6. ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่อยู่ในรูปของผลบวก

$$1. \sin A + \sin B = 2 \sin \left(\frac{A + B}{2} \right) \cos \left(\frac{A - B}{2} \right)$$

$$2. \sin A - \sin B = 2 \sin \left(\frac{A - B}{2} \right) \cos \left(\frac{A + B}{2} \right)$$

$$3. \cos A + \cos B = 2 \cos \left(\frac{A + B}{2} \right) \cos \left(\frac{A - B}{2} \right)$$

$$4. \cos A - \cos B = 2 \sin \left(\frac{A + B}{2} \right) \cos \left(\frac{B - A}{2} \right)$$

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

PB1 จงหาค่าของ

ก.
$$\frac{1 - 4 \sin 10^\circ \sin 70^\circ}{2 \sin 10^\circ}$$

ข.
$$\frac{\cos 10^\circ + \sin 40^\circ}{\sin 70^\circ}$$

ค.
$$\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \sin 30^\circ$$

ง.
$$2 \cos 50^\circ \cos 70^\circ - \cos 20^\circ$$

The Expert

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

PB2 จงหาค่าของ

ก. $\sin 2^\circ + \sin 4^\circ + \sin 6^\circ$

ข. $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$

ค. $\frac{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ}$

ง. $\sin 70^\circ \cos 20^\circ - \cos 50^\circ \cos 10^\circ$

The Expert

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

PB3 จงหาค่าของ

ก. $\sin 40^\circ \sin 80^\circ \sin 160^\circ$

ข. $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$

ค. $4 \sin 15^\circ \sin 75^\circ \sin 105^\circ \sin 165^\circ$

ง. $2 \cos 50^\circ \cos 10^\circ - 2 \sin 40^\circ \sin 20^\circ + 2 \sin 30^\circ \sin 10^\circ$

The Expert

PB4 จงเปลี่ยนฟังก์ชันต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปผลคูณ

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

ก. $\sin 50^\circ + \sin 40^\circ$

ข. $\cos 4\theta + \cos 6\theta$

ค. $\cos(60^\circ + A) - \cos(60^\circ - A)$

ง. $\sin 4x - \sin 2x$

จ. $\sin\left(\frac{\pi}{6} - A\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} + A\right)$

ฉ. $\sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \sin 40^\circ + \sin 50^\circ - \sin 70^\circ - \sin 80^\circ$

The Expert

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

จงหาค่าของ $\frac{\sin 2A + \sin 5A - \sin A}{\cos 2A + \cos 5A + \cos A}$

Solⁿ :

PB6 กำหนดให้ $0 < \theta < 90^\circ$ และ $\cos 2\theta = \frac{1}{8}$ จงหาค่าของ $\cos 3\theta + \cos 5\theta$

Solⁿ :

PB7 จงหาค่าของ $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

Solⁿ :

PB8 กำหนดให้ $\frac{\sin 4\theta - \sin 2\theta}{\cos 4\theta + \cos 2\theta} = \frac{3}{5}$ เมื่อ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ จงหาค่า $\cos \theta + \sin \theta$

Solⁿ :

PB9 กำหนด $\frac{1 - \cos 40^\circ}{\cos 50^\circ} = a$ แล้วจงหาค่าของ $\sin 102^\circ \sin 22^\circ - \sin 158^\circ \sin 68^\circ$ เท่ากับเท่าไร

1. $5a^2 - 1$

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

2. $\frac{1}{2\sqrt{1+a^2}}$
3. $\frac{1-6a^2+a^4}{1+2a^2+a^4}$
4. $\sqrt{1+\frac{1}{2\sqrt{1+a^2}}}$

PB10 จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า $\tan \frac{\theta}{2} = k$ แล้ว $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1+2k-k^2}{1+k^2}$

ข. $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1. ข้อ ก. และข้อ ข. ถูก
2. ข้อ ก. ถูกเพียงข้อเดียว
3. ข้อ ข. ถูกเพียงข้อเดียว
4. ข้อ ก. และข้อ ข. ผิด

PB11 กำหนดให้ $\sin 35^\circ = a$ จงหาค่าของ $\frac{1 + \tan 135^\circ \tan 115^\circ}{\tan 135^\circ - \tan 115^\circ}$

Advanced Mathematics (Trigonometry Function)

1. $\frac{2a\sqrt{1-a^2}}{1-2a^2}$
2. $\frac{2a\sqrt{1-a^2}}{1+2a^2}$
3. $\frac{1-2a^2}{2a\sqrt{1-a^2}}$
4. $\frac{1+2a^2}{2a\sqrt{1-a^2}}$

The Expert

10. อินเวอร์สการคูณของฟังก์ชันตรีโกณมิติ