

แบบฝึกหัดชุดที่ 1

ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

1. จงหาลิมิตในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1) \quad [0]$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} (x^4 + 17x + 2) \quad [2]$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 1}{3x^5 + 4} \quad [2]$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(x - \frac{4}{x} \right) \quad [\text{หาค่าไม่ได้}]$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad [4]$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{(x + 2)^2} \quad [\text{หาค่าไม่ได้}]$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x^2}{(3x - 1)(x^4 - 2)} \quad [0]$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x^3 - 3x - 1} \quad [\sqrt{109}]$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3} \quad [6]$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{2 - \sqrt{x}} \quad [4]$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} \quad [5]$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2 - x} - 2}{x + 2} \quad [\text{หาค่าไม่ได้}]$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x + 1} - 4}{x - 5} \quad \left[\frac{3}{8} \right]$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x - 3} - 1}{x - 2} \quad [1]$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x} \quad [0]$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1 - x}{x} \right) \quad [1]$$

$$(17) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{|x - 2|} \quad [\text{หาค่าไม่ได้}]$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + |x|}{1 - |x|} \quad [\text{หาค่าไม่ได้}]$$

$$(19) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x + 2} \quad [12]$$

$$(20) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - 2x - x^2}{2x^2 - x - 1} \quad \left[-\frac{4}{3} \right]$$

- (21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(4+x)^2 + 9} - 5}{x}$ [$\frac{4}{5}$]
- (22) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{6}{x-2} - \frac{3x}{x-2} \right)$ [-3]
- (23) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x-1}$ [$\frac{\sqrt{2}}{2}$]
- (24) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - \sqrt{30}}{x-5}$ [$\frac{\sqrt{30}}{6}$]
- (25) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x-4}{2x^2 - 7x - 4}$ [$\frac{1}{2}$]
- (26) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{3x^3 - 17}$ [$-\frac{\sqrt{7}}{98}$]
- (27) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}}$ [$\sqrt{\frac{8}{3}}$]
- (28) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{x-4}{\sqrt{x^2 + 9} - 5}}$ [$\frac{\sqrt{5}}{2}$]
- (29) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - 1}{x-1}$ [$-\frac{1}{2}$]
- (30) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{2x-4} - 2}$ [$\frac{2}{3}$]
- (31) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{3x + \sqrt{x-1}}}{x-2}$ [หาค่าไม่ได้]
- (32) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$ [$\frac{1}{3}$]
- (33) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x^2 + 1} + x}{x}$ [1]
- (34) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{3 - \sqrt{x^2 - 7}}$ [$\frac{3}{4}$]
- (35) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4-x^2}{3 - \sqrt{x^2 + 5}}$ [6]
- (36) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{3}}$ [-54]
- (37) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}}$ [$\frac{1}{2}$]
- (38) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + (1-x)^{-1}}{1 - \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{-1}}$ [2]
- (39) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{3} \right)$ [$-\frac{1}{9}$]

- (40) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left(\frac{1}{x-1} - 1 \right)$ [-1]
- (41) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{3x}} \left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{3+x}}{\sqrt{3+x}} \right)$ [-\frac{1}{6\sqrt{3}}]
- (42) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{9 - (3+x)^2}{9(3+x)^2} \right)$ [-\frac{2}{27}]
- (43) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{2 - \sqrt{x}}$ [\frac{4}{3}]
- (44) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{5x+4} - 3}$ [-\frac{3}{5}]
- (45) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(2 - \frac{4}{x+2} \right)$ [1]
- (46) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3x-4} \right)$ [\frac{1}{2}]
- (47) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{3}{x^2 - x - 2} \right)$ [\frac{1}{3}]
- (48) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{3}{x+3} - \frac{x-9}{x^2 + 2x - 3} \right)$ [-\frac{1}{2}]
- (49) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\tan^2 x}{1 + \sec x}$ [0]
- (50) $\lim_{x \rightarrow 2} \log \sqrt{2x^2 - 3x + 8}$ [\frac{1}{2}]

2. จงหาค่าลิมิตด้านเดียวในแต่ละข้อต่อไปนี้

- (1) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{x-3}$ [∞]
- (2) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$ [4]
- (3) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x^2 - 4}$ [-∞]
- (4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ [หาค่าไม่ได้]
- (5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$ [1]
- (6) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{x} - 3}$ [0]
- (7) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{|x^2 - 1|}{x + 1}$ [2]
- (8) $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{x - 4}$ [\frac{1}{6}]
- (9) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$ [\frac{1}{4}]
- (10) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{2x - x^2}$ [หาค่าไม่ได้]

3. จงหาค่าลิมิตในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3}{\sqrt{x^6 + 1}} \quad [5]$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 8x + 6}{4x^2 - 4x - 10} \quad \left[-\frac{3}{4}\right]$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 5}}{x} \quad [4]$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x^2}{\sqrt{x}} \quad [-\infty]$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^5 + 5x^4 - 8}{-3x^4 + 12x^5 - 9} \quad \left[-\frac{1}{3}\right]$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 3x^2 + 1}{2x^5 - x} \quad [0]$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2+5}} \quad [0]$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^2 + x}{\sqrt{16x^4 - 8}} \quad \left[-\frac{5}{4}\right]$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7x^4 + 5x^3}{3x^3 + 5x} \quad [-\infty]$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+3}{\sqrt{x^2-1}} \quad [-5]$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+8}{\sqrt{x^2-7}} \quad [1]$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{-\sqrt{x^4 + 5x}} \quad [-1]$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x - x^2}{x - 3} \quad [\infty]$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1}{2x - 9} \quad [-\infty]$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 10x}{2x + 7} \quad \left[-\frac{9}{2}\right]$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 - 2x} + 7x}{3x - 8} \quad [\infty]$$

$$(17) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + x}} \quad [1]$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 5}}{x - \sqrt{2x^2 + x} - 3} \quad \left[\frac{1}{1 + \sqrt{2}}\right]$$

$$(19) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{x+5}{8x-6}} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$(20) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + 2x}{\sqrt{4x^2 + x} - 3} \quad \left[-\frac{3}{2}\right]$$

- (21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{3x^7 - 4x^5}{2x^7 + 1}}$ [$\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$]
- (22) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{5 - x}$ [∞]
- (23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$ [1]
- (24) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}}$ [-1]
- (25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^{x+1} + 3^{x-1}}{2^{x+1} + 5^{x-1}}$ [25]
- (26) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$ [2]
- (27) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$ [-2]
- (28) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x})$ [- $\frac{1}{2}$]
- (29) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 + x})$ [- ∞]
- (30) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 1})$ [0]
- (31) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{x^2 + 3})$ [∞]
- (32) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x + 5})$ [$\frac{3}{2}$]
- (33) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + 3} - \sqrt{2x^2 - 5})$ [0]
- (34) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2 - \sqrt{x^2 + 5x - 1})$ [- $\frac{1}{2}$]
- (35) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1})$ [- ∞]
- (36) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - x + 1}}{\sqrt{x^2 + x + 4}}$ [1]
- (37) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{x^2 + 2x + 5}}{\sqrt{4x + 3}}$ [$\frac{1}{2}$]
- (38) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{4x^2 + x}}{x}$ [-1]
- (39) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9^x - 3^x + 1} - 3^x)$ [- $\frac{1}{2}$]
- (40) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + x} - x}$ [-2]
- (41) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 3x + 1} - 3x$ [$\frac{3}{2}$]
- (42) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + x} - x}$ [-1]
- (43) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{x^7 + 3} + \sqrt[4]{2x^3 - 1}}{\sqrt[6]{x^8 + x^7} - 1 - x}$ [∞]

- (44) $\lim_{x \rightarrow \infty} 9^{2x+1}$ [3]
- (45) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin\left(\frac{x}{4x-1}\pi\right)$ [$\frac{1}{\sqrt{2}}$]
- (46) $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{x^2+1}{3x^2}\pi\right)$ [$\frac{1}{2}$]
- (47) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)$ [0]
- (48) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left| \frac{\sqrt{2x^2+1}}{3x-1} \right|$ [$\frac{\sqrt{2}}{3}$]
- (49) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x+3^x}{4^x+1}$ [∞]
- (50) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{5 + \frac{2^{x+1}+2^x+3}{3 \cdot 2^{x-1}}}$ [$\sqrt{7}$]

4. จงหาลิมิตในแต่ละข้อต่อไปนี้

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ [3]
- (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{3x}$ [$\frac{1}{6}$]
- (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ [หาค่าไม่ได้]
- (4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x}$ [1]
- (5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x \cos x}$ [0]
- (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cot x}{\operatorname{cosec} x - 1}$ [1]
- (7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cosec} x - \cot x}{\sin x}$ [$\frac{1}{2}$]
- (8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos x)}{\sin^2 x}$ [0]
- (9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{3x^2}$ [$\frac{1}{3}$]
- (10) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{5\sqrt{x}}$ [0]
- (11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 8x}$ [$\frac{3}{4}$]
- (12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 7x}{\sin 3x}$ [$\frac{7}{3}$]
- (13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 1)\cot x}{2\sin x}$ [$-\frac{1}{4}$]
- (14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sin x}{x}$ [3]

5. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุดที่กำหนดให้หรือไม่

$$(1) f(x) = \frac{1}{x-3}; \text{จุด } x=1, x=3 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=1 \text{ แต่ไม่ต่อเนื่องที่ } x=3]$$

$$(2) f(x) = 2 + \frac{|x|}{x}; \text{จุด } x=0, x=-1 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=-1 \text{ แต่ไม่ต่อเนื่องที่ } x=0]$$

$$(3) f(x) = x + |x|; \text{จุด } x=0, x=\frac{1}{2}, x=1 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=0, x=\frac{1}{2}, x=1]$$

$$(4) f(x) = x|x|; \text{จุด } x=-1, x=0, x=1 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=-1, x=0, x=1]$$

$$(5) f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x < 1 \\ 1-x, & x \geq 1 \end{cases}; \text{จุด } x=1 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=1]$$

$$(6) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & x \neq -2 \\ 4, & x = -2 \end{cases}; \text{จุด } x=-2 \quad [f \text{ ไม่ต่อเนื่องที่ } x=-2]$$

$$(7) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ 4, & x = 2 \end{cases}; \text{จุด } x=2 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=2]$$

$$(8) f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 1 \\ 2, & 1 < x \leq 3 \\ x-1, & x > 3 \end{cases}; \text{จุด } x=1, x=3 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=1, x=3]$$

$$(9) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{x+1}, & x \neq -1 \\ 1, & x = -1 \end{cases}; \text{จุด } x=-1 \quad [f \text{ ไม่ต่อเนื่องที่ } x=-1]$$

$$(10) f(x) = \begin{cases} |x|-x, & x \geq 0 \\ x|x|, & x < 0 \end{cases}; \text{จุด } x=0 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=0]$$

$$(11) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+2x^3}}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}; \text{จุด } x=0, x=-2 \quad [f \text{ ไม่ต่อเนื่องที่ } x=0, x=-2]$$

$$(12) f(x) = \begin{cases} x + \frac{|x|}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}; \text{จุด } x=0, x=2 \quad [f \text{ ต่อเนื่องที่ } x=2 \text{ แต่ไม่ต่อเนื่องที่ } x=0]$$

6. จงหาจุดที่ฟังก์ชันในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง

$$(1) f(x) = x^3 - 2x + 3 \quad [f \text{ ต่อเนื่องทุกจำนวนจริง } x]$$

$$(2) f(x) = (x-5)^{17} \quad [f \text{ ต่อเนื่องทุกจำนวนจริง } x]$$

$$(3) f(x) = \frac{x}{x^2+1} \quad [f \text{ ต่อเนื่องทุกจำนวนจริง } x]$$

$$(4) f(x) = \frac{x}{x^2-1} \quad [x=1, x=-1]$$

$$(5) f(x) = \frac{x-4}{x^2-16} \quad [x=-4]$$

$$(6) f(x) = \frac{3x+1}{x^2+7x-2} \quad [x = \frac{-7 \pm \sqrt{57}}{2}]$$

$$(7) f(x) = \frac{x}{|x| - 3} \quad [x = 3, x = -3]$$

$$(8) f(x) = \frac{5}{x} + \frac{2x}{x+4} \quad [x = 0, x = -4]$$

$$(9) f(x) = |x^3 - 2x^2| \quad [f \text{ ต่อเนื่องทุกจำนวนจริง } x]$$

$$(10) f(x) = \frac{x+3}{|x^2+3x|} \quad [x = 0, x = -3]$$

7. จงหาจุด $x = a$ ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่อง และจงกำหนดค่า $f(a)$ ที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุดดังกล่าว (ถ้ากำหนดได้)

$$(1) f(x) = \frac{9x^2 - 4}{3x + 2} \quad [x = -\frac{2}{3}, f(-\frac{2}{3}) = -4]$$

$$(2) f(x) = \frac{x+1}{x^2 - x - 2} \quad [x = 2, x = 1, f(-1) = -\frac{1}{3}]$$

$$(3) f(x) = \frac{x^4 + 4x - 1}{x - 2} \quad [x = 2, \text{ กำหนด } f(2) \text{ ไม่ได้}]$$

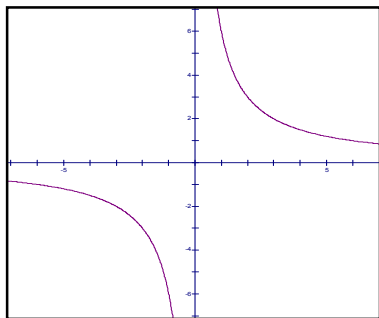
$$(4) f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \quad [x = 1, f(1) = 2]$$

$$(5) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} \quad [x = 2, f(2) = \frac{1}{3}]$$

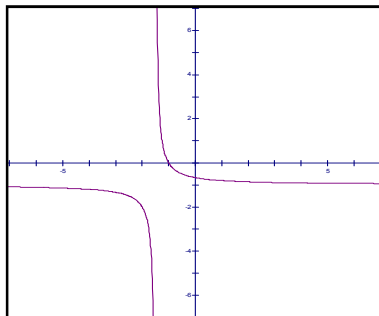
$$(6) f(x) = \frac{x-2}{|x|-2} \quad [x = -2, x = 2, f(2) = 1]$$

8. จงหาสมการของเส้นกำกับและเขียนกราฟของสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) xy = 6 \quad [เส้นกำกับแนวตั้ง $x = 0$ เส้นกำกับแนวนอน $y = 0$]$$

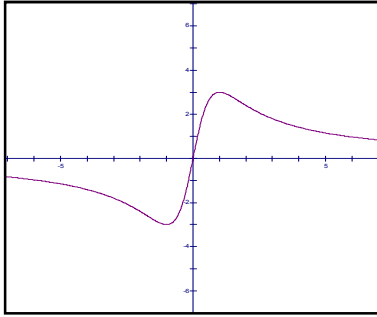


$$(2) y+1 = \frac{1}{2x+3} \quad [เส้นกำกับแนวตั้ง $x = -\frac{3}{2}$ เส้นกำกับแนวนอน $y = -1$]$$



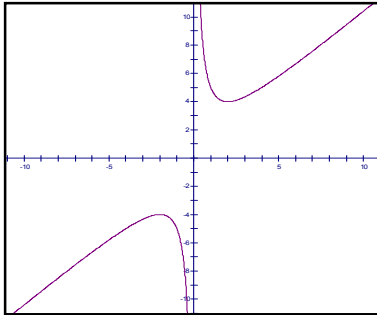
(3) $y = \frac{6x}{1+x^2}$

[เส้นกำกับแนวนอน $y = 0$]



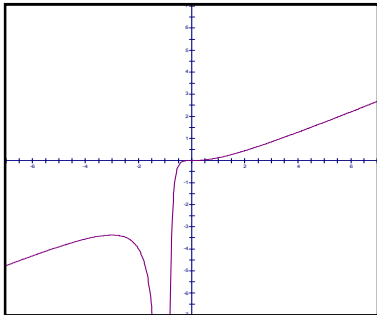
(4) $y = \frac{x^2 + 4}{x}$

[เส้นกำกับแนวตั้ง $x = 0$ เส้นกำกับเอียง $y = x$]



(5) $2y(x+1)^2 = x^2$

[เส้นกำกับแนวตั้ง $x = -1$ เส้นกำกับเอียง $y = \frac{1}{2}x - 1$]



(6) $y = \frac{2x}{x^2 - 3}$

[เส้นกำกับแนวตั้ง $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$ เส้นกำกับแนวนอน $y = 0$]

