

แบบฝึกหัดชุดที่ 2

อนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิต

1. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$(1) \quad y = 4x^7 \quad [28x^6]$$

$$(2) \quad y = x^5 + 12 \quad [5x^4]$$

$$(3) \quad y = -\frac{1}{3}(x^7 + 2x - 9) \quad [-\frac{1}{3}(7x^6 + 2)]$$

$$(4) \quad y = \frac{1}{4}(-3x^2 + x - 5) \quad [\frac{1}{4}(-6x + 1)]$$

$$(5) \quad y = x^{-3} + \frac{1}{x^7} \quad [-\frac{3}{x^4} - \frac{7}{x^8}]$$

$$(6) \quad y = (3x^2 + 6)(2x - \frac{1}{4}) \quad [18x^2 - \frac{3}{2}x + 12]$$

$$(7) \quad y = (2x - 7)(3x^2 + 4x - 1) \quad [18x^2 - 26x - 30]$$

$$(8) \quad y = (x^3 + 7x^2 - 8)(2x^{-3} + x^{-4}) \quad [-15x^{-2} - 14x^{-3} + 48x^{-4} + 32x^{-5}]$$

$$(9) \quad y = (x^2 - 3)(2x + 1)(x^3 - x^2 + 4) \quad [12x^5 - 5x^4 - 28x^3 + 33x^2 + 14x - 24]$$

$$(10) \quad y = (3x^2 + 1)^2 \quad [12x(3x^2 + 1)]$$

$$(11) \quad y = \frac{1}{5x - 3} \quad [-\frac{5}{(5x - 3)^2}]$$

$$(12) \quad y = \frac{1}{4x^4 - 3x^3 + 2} \quad [-\frac{(16x^3 - 9x^2)}{(4x^4 - 3x^3 + 2)^2}]$$

$$(13) \quad y = \frac{3x}{2x + 1} \quad [\frac{3}{(2x + 1)^2}]$$

$$(14) \quad y = \frac{2x - 1}{x + 3} \quad [\frac{7}{(x + 3)^2}]$$

$$(15) \quad y = \frac{3x^3 - 4x + 10}{x^2 + 2x - 11} \quad [\frac{3x^4 + 12x^3 - 95x^2 - 20x + 24}{(x^2 + 2x - 11)^2}]$$

$$(16) \quad y = \left(\frac{3x + 2}{x}\right)(x^{-5} + 1) \quad [(x^{-5} + 1)\left(-\frac{2}{x^2}\right) + \left(\frac{3x + 2}{x}\right)(-5x^{-6})]$$

$$(17) \quad y = \left(\frac{x + 1}{2x + 3}\right)(2x - 5) \quad [\frac{4x^2 + 12x + 1}{(2x + 3)^2}]$$

$$(18) \quad y = \frac{3x^2 - 4}{(x^3 + 2x - 1)(2x^2 + 5)} \quad [-\frac{18x^6 + 13x^4 + 138x^2 - 46x + 40}{(x^3 + 2x - 1)^2(2x^2 + 5)^2}]$$

2. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ที่จุด $x = a$

$$(1) \quad y = 8 - 5x^2; \quad a = 2 \quad [-20]$$

$$(2) \quad y = \frac{4}{x + 1}; \quad a = 0 \quad [-4]$$

$$(3) \quad y = \frac{2x - 1}{2x + 1}; \quad a = \frac{1}{2} \quad [1]$$

$$(4) \quad y = \frac{3-2x}{3+2x}; \quad a = -\frac{9}{4} \quad \left[-\frac{16}{3} \right]$$

$$(5) \quad y = \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}; \quad a = -1 \quad [-1]$$

$$(6) \quad y = \frac{2x^2 + 9x - 3}{x^3 + 6x^2 - x + 2}; \quad a = 0 \quad \left[\frac{15}{4} \right]$$

$$(7) \quad y = x^{-6}(6 - x^6); \quad a = -1 \quad [36]$$

$$(8) \quad y = x^6(6 - x^6)^{-1}; \quad a = 0 \quad [0]$$

$$(9) \quad y = \frac{3x^4 - 2x + 1}{x^3}; \quad a = -1 \quad [-4]$$

$$(10) \quad y = x^{\frac{2}{3}} - 3x^{\frac{4}{3}} + 5x; \quad a = 8 \quad \left[-\frac{8}{3} \right]$$

3. ให้ f และ g เป็นอนุพันธ์ที่หาได้ ถ้า $f(4) = 3$ และ $f'(4) = -5$ จงหา $g'(4)$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \quad g(x) = x^2 \cdot f(x) \quad [-56]$$

$$(2) \quad g(x) = \frac{f(x)}{x} \quad \left[-\frac{23}{16} \right]$$

4. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ ถ้า $f(2) = -3$, $f'(2) = 4$, $g(2) = 1$ และ $g'(2) = -4$ จงหา $F'(2)$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \quad F(x) = 5f(x) + 2g(x) \quad [10]$$

$$(2) \quad F(x) = f(x) - 3g(x) \quad [19]$$

$$(3) \quad F(x) = f(x) \cdot g(x) \quad [19]$$

$$(4) \quad F(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad [-11]$$

5. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$(1) \quad y = (x^3 + 2x)^{37} \quad [37(x^3 + 2x)^{36}(3x^2 + 2)]$$

$$(2) \quad y = (2 - 9x)^{15} \quad [-135(2 - 9x)^{14}]$$

$$(3) \quad y = (x^3 - 4x^2 + 2x - 1)^8 \quad [8(x^3 - 4x^2 + 2x - 1)^7(3x^2 - 8x + 2)]$$

$$(4) \quad y = \left(x^3 - \frac{7}{x} \right)^{-2} \quad \left[-2 \left(x^3 - \frac{7}{x} \right)^{-3} \left(3x^2 + \frac{7}{x^2} \right) \right]$$

$$(5) \quad y = \frac{4}{(3x^2 - 2x + 1)^3} \quad \left[-\frac{24(1 - 3x)}{(3x^2 - 2x + 1)^4} \right]$$

$$(6) \quad y = (2x - 1)^3(x^2 - 3)^2 \quad [2(2x - 1)^2(x^2 - 3)(5x^2 - x - 9)]$$

$$(7) \quad y = (5x - 8)^{13}(x^3 + 7x)^{12} \quad [12(3x^2 + 7)(5x + 8)^{13}(x^3 + 7x)^{11} + 65(x^3 + 7x)^{12}(5x + 8)^{12}]$$

$$(8) \quad y = (2x^5 - 3x^3 + 7)^4(x^6 + 4x^5 - x + 2)^5$$

$$\left[5(2x^5 - 3x^3 + 7)^4(x^6 + 4x^5 - x + 2)^4(6x^5 + 20x^4 - 1) + 4(x^6 + 4x^5 - x + 2)^5(2x^5 - 3x^3 + 7)^3(10x^4 - 9x^2) \right]$$

$$(9) \quad y = \frac{(2x^3 - 5x^2 - 1)^4}{(x^4 - 6x + 2)^3} \quad \left[\frac{4(x^4 - 6x + 2)^3(2x^3 - 5x^2 - 1)^3(6x^2 - 10x) - 3(2x^3 - 5x^2 - 1)^4(4x^3 - 6)}{(x^4 - 6x + 2)^6} \right]$$

$$(10) \quad y = \left(\frac{x-5}{2x+1} \right)^3 \quad \left[3 \left(\frac{x-5}{2x+1} \right)^2 \left(\frac{11}{(2x+1)^2} \right) \right]$$

$$(11) \quad y = (8x^3 + 7x + 1)^{-3} (3x^4 - x + 6)^4 \quad \left[4(8x^3 + 7x + 1)^{-3} (3x^4 - x + 6)^3 (12x^3 - 1) - 3(3x^4 - x + 6)^4 (8x^3 + 7x + 1)^{-4} (24x^2 + 7) \right]$$

$$(12) \quad y = \left(\frac{4x^3 + 5}{2x^5 - 3} \right)^{-7} \quad \left[-7 \left(\frac{4x^3 + 5}{2x^5 - 3} \right)^{-8} \left(\frac{(2x^5 - 3)(12x^2 + 5) - (4x^3 + 5)(10x^4)}{(2x^5 - 3)^2} \right) \right]$$

6. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ ถ้า $f(3) = -2$ และ $f'(3) = 4$ จงหา $g'(3)$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \quad g(x) = (3x^2 - 5f(x))^3 \quad [-168]$$

$$(2) \quad g(x) = \left(\frac{2x+1}{f(x)} \right)^{-2} \quad \left[-\frac{128}{343} \right]$$

7. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่จุดกำหนดให้ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \quad y = (2x^2 - 4x + 1)^{60} \text{ ที่จุด } x = 1 \quad [0]$$

$$(2) \quad y = (x^2 - 7x)^{-3} \text{ ที่จุด } x = 3 \quad \left[\frac{1}{6912} \right]$$

$$(3) \quad y = \left(\frac{3x^3 - 5x}{4x + 17} \right)^{13} \text{ ที่จุด } x = 0 \quad [0]$$

8. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$(1) \quad y = \sqrt[3]{x} \quad \left[\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right]$$

$$(2) \quad y = \frac{2}{\sqrt{x}} \quad \left[-\frac{1}{2\sqrt{x^3}} \right]$$

$$(3) \quad y = \sqrt{4 - x^2} \quad \left[-\frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} \right]$$

$$(4) \quad y = -3x^{-8} + 2\sqrt{x} \quad \left[24x^{-9} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right]$$

$$(5) \quad y = \sqrt[11]{7x^3 - 3x + 10} \quad \left[\frac{1}{11} (21x^2 - 3)(7x^3 - 3x + 10)^{\frac{10}{11}} \right]$$

$$(6) \quad y = \sqrt{2x} + 2\sqrt{x} \quad \left[\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{2x}} \right]$$

$$(7) \quad y = \frac{2}{\sqrt{x} + 2} \quad \left[-\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)^2} \right]$$

$$(8) \quad y = \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{\sqrt[3]{x}} \quad \left[-\left(\frac{\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x^2}}{x^2} \right) \right]$$

$$(9) \quad y = \sqrt{\frac{7-x}{12+x}} \quad \left[-\frac{19}{2(12+x)^2} \sqrt{\frac{12+x}{7-x}} \right]$$

$$(10) \quad y = \sqrt{1 + \sqrt{x}} \quad \left[\frac{1}{4\sqrt{x + x\sqrt{x}}} \right]$$

$$(11) \quad y = 2x^2 \sqrt{2 - x} \quad \left[\frac{x(8 - 5x)}{\sqrt{2 - x}} \right]$$

$$(12) \quad y = x\sqrt{3-2x^2} \quad \left[\frac{3-4x^2}{\sqrt{3-2x^2}} \right]$$

$$(13) \quad y = (x-1)\sqrt{x^2-2x+2} \quad \left[\frac{2x^2-4x+3}{\sqrt{x^2-2x+2}} \right]$$

$$(14) \quad y = \frac{x}{\sqrt{1-4x^2}} \quad \left[\frac{1}{\sqrt{(1-4x^2)^2}} \right]$$

$$(15) \quad y = \sqrt[3]{\left(\frac{3+2x}{4x-7}\right)^2} \quad \left[-\frac{52}{3}(3+2x)^{-\frac{1}{3}}(4x-7)^{-\frac{5}{3}} \right]$$

$$(16) \quad y = \left(\frac{\sqrt{6x}}{17x-5}\right)^{\frac{3}{2}} \quad \left[-\frac{9(17x+5)}{2(6x)^{\frac{1}{4}}(17x-5)^{\frac{5}{2}}} \right]$$

$$(17) \quad y = \sqrt{2-\sqrt{2+x}} \quad \left[-\frac{1}{4\sqrt{2+x} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+x}}} \right]$$

$$(18) \quad y = \frac{x^2-3x+2}{2\sqrt{x}} \quad \left[\frac{3}{4}(x^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}}) \right]$$

9. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ ถ้า $f(4)=3$ และ $f'(4)=-5$ จงหา $g'(4)$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \quad g(x) = \sqrt{x}f(x) \quad \left[-\frac{37}{4} \right]$$

$$(2) \quad g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x}} \quad \left[-\frac{43}{16} \right]$$

10. จงใช้กฎลูกโซ่หา $\frac{dy}{dx}$ ในพจน์ของ x ในแต่ละข้อต่อไปนี้

$$(1) \quad y = 2u^2 - 7, \quad u = x^2 \quad [8x^3]$$

$$(2) \quad y = \frac{1}{2u} - \frac{1}{3u^2}, \quad u = 2x+1 \quad \left[-(2x+1)^{-2} + \frac{4}{3}(2x+1)^{-3} \right]$$

$$(3) \quad y = \frac{1}{1-u}, \quad u = \frac{1}{1+x} \quad \left[-\frac{1}{x^2} \right]$$

$$(4) \quad y = (1+u^2)^3, \quad u = (4x-1)^2 \quad [48(4x-1)^3 [1+(4x-1)^2]^2]$$

$$(5) \quad y = \sqrt{u-3}, \quad u = x^3 - 3x \quad \left[\frac{3x^2-3}{2\sqrt{x^3-3x-3}} \right]$$

$$(6) \quad y = u^5, \quad u = \frac{1}{3x-2} \quad [-15(3x-2)^{-6}]$$

$$(7) \quad y = u(1-u)^3, \quad u = \frac{1}{x^4} \quad [-4x^{-5}(1-x^{-4})^3 + 12x^{-9}(1-x^{-4})^2]$$

$$(8) \quad y = \frac{u}{u+1}, \quad u = \frac{x}{x+1} \quad \left[\frac{1}{(2x+1)^2} \right]$$