

## จำนวนเชิงซ้อน (Complex Number)

1. จำนวนเชิงซ้อน  $\frac{10}{i(i+1)(i+2)(i+3)(i+4)}$  เขียนให้อยู่ในรูป  $a+bi$  ได้ดังนี้คือ (คณิตศาสตร์ กข 24)

ก.  $-\frac{4}{17} + \frac{1}{17}i$

ข.  $\frac{4}{17} - \frac{1}{17}i$

ค.  $-\frac{5}{17} - \frac{5}{17}i$

ง.  $\frac{5}{17} + \frac{5}{17}i$

จ.  $\frac{4}{17} - \frac{5}{17}i$

2. ถ้า  $(x, y)$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน ที่สอดคล้องกับสมการ  $(x+yi)(2-3i)=5+3i$

จะได้ว่า  $x+y$  มีค่าเท่ากับข้อใด (คณิตศาสตร์ กข 25)

ก.  $\frac{40}{13}$

ข.  $\frac{22}{13}$

ค.  $\frac{28}{13}$

ง.  $-\frac{8}{13}$

จ. คำตอบใดไม่มีถูก

3. ค่าของ  $\frac{(1+i)^4}{\left(1+\frac{1}{2i^{53}}\right)(3+i)}$  คือ (คณิตศาสตร์ กข 27)

ก.  $-\frac{1}{6}(7+i)$

ข.  $\frac{1}{12}(1-7i)$

ค.  $\frac{4}{5}(-1+i)$

ง.  $-\frac{4}{25}(7+i)$



4. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์  $U = \{1, -1, i, -i\}$  โดยที่  $i = \sqrt{-1}$

ข้อใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ (คณิตศาสตร์ กข 34)

ก.  $\exists z[z^2 = 1]$

ข.  $\forall z[z^{36} = 1]$

ค.  $\exists z[\frac{1}{z} = \bar{z}]$

ง.  $\forall z[z^3 - z = 0]$

5. สับเซตของจำนวนเชิงซ้อนในข้อใดต่อไปนี้ที่ สมาชิกทุกตัวมีอินเวอร์สการคูณอยู่ในเซตนั้น

(คณิตศาสตร์ กข 34)

ก.  $\{1, 1-i, 1+i\}$

ข.  $\{1, \cos 1 + i \sin 1, \frac{1}{\cos 1 - i \sin 1}\}$

ค.  $\{1, 1-i, \frac{1}{1+i}\}$

ง.  $\{1, \cos 1 + i \sin 1, \cos 1 - i \sin 1\}$

6. ให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนใดๆ และ  $\bar{z}_1$  เป็นสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน  $z_1$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $|\bar{z}_1| = |z_1|$

(2)  $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$

(3)  $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก (คณิตศาสตร์ กข 35)

ก. ข้อ (1) หรือข้อ (2) หรือข้อ (3) ถูกเพียงข้อเดียวเท่านั้น ข. ข้อ (1) และข้อ (2) เท่านั้นที่ถูก

ค. ข้อ (2) และข้อ (3) เท่านั้นที่ถูก

ง. ข้อ (1) และข้อ (3) เท่านั้นที่ถูก



7. ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง  $z \neq 0$  และ  $(5-12i)z^3(-3+4i)=130\bar{z}$

แล้ว  $|z|$  (ค่าสัมบูรณ์ของ  $z$ ) มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 39)

ก.  $\sqrt{2}$

ข.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ค.  $\frac{1}{2}$

ง. 2

8. จงหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน  $z$  จากสมการ  $\frac{2+i}{2-i} + \frac{3+4i}{1+2i} = z^2$  ว่าเป็นเท่าใด (คณิตศาสตร์ กข 25)

ก.  $\sqrt{2\sqrt{3}}$

ข.  $\sqrt{3\sqrt{2}}$

ค.  $\sqrt{2\sqrt{2}}$

ง.  $\sqrt{3\sqrt{3}}$

จ. ไม่มีข้อใดใน ก-ง ถูก

9. กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นรากของสมการ  $x^2 = -2 - 2\sqrt{3}i$

ค่าของ  $|z_1|^2 + |z_2|^2$  เป็นเท่าใด (คณิตศาสตร์ กข 24)

ก.  $4\sqrt{3}$

ข.  $8\sqrt{3}$

ค. 4

ง. 8

10. กำหนดให้  $z = x + yi$  และ  $\frac{1}{z} = \frac{1}{a+bi} + \frac{1}{a+ci}$  เมื่อ  $a, b, c, x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริง

แล้ว  $x^2 + y^2$  จะเท่ากับจำนวนใด (คณิตศาสตร์ กข 28)

ก.  $\frac{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}{4a^2+(b+c)^2}$

ข.  $\frac{(a^2+b^2)(a^2+c^2)}{4a^2+(b^2+c^2)}$

ค.  $\frac{(a^2-b^2)(a^2-c^2)}{4a^2-(b+c)^2}$

ง.  $\frac{(a^2-b^2)(a^2-c^2)}{4a^2-(b^2+c^2)}$

11. ถ้า  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนจำนวนหนึ่งที่อยู่ในควอดรันต์ที่หนึ่งบนระนาบเชิงซ้อน  $|z|^2 = 5$  และส่วนจินตภาพเท่ากับ 1 อินเวอร์สการคูณของ  $z$  เป็นสังยุคของจำนวนในข้อใด (คณิตศาสตร์ กข 30)

ก.  $\frac{2+i}{5}$

ข.  $\frac{2+i}{\sqrt{5}}$

ค.  $\frac{4+i}{5}$

ง.  $\frac{-2+i}{5}$

12. จำนวนเชิงซ้อน  $z$  ซึ่ง  $\left| \frac{z+1}{z+(3-2i)} \right| = 1$  และ  $z \cdot \bar{z} = 29$  คือจำนวนในข้อใด (คณิตศาสตร์ กข 31)

ก.  $-5 \pm 2i$

ข.  $2 \pm 5i$

ค.  $-5 - 2i, 2 - 5i$

ง.  $2 + 5i, -5 - 2i$



13. กำหนดให้  $z$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง  $|z-1|=2\sqrt{5}$  และ  $z^2 = -7 + 24i$

แล้ว ผลบวกของส่วนจริง และส่วนจินตภาพของ  $\frac{\bar{z}}{1+i}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 36)

ก.  $-\sqrt{11}$

ข.  $-4$

ค.  $4$

ง.  $\sqrt{11}$

14. สำหรับจำนวนเชิงซ้อน  $z = a + bi$  และ  $w = c + di$  ใดๆ

นิยาม  $z * w = ac - bdi$

กำหนดให้  $z = \sqrt{2} - 2i$  ถ้า  $w$  เป็นอินเวอร์สของ  $z$  ภายใต้โอเปอเรชัน  $*$

แล้ว  $|w|^2 + |z|^2$  มีค่าเท่ากับเท่าใด (คณิตศาสตร์ กข 33)

15. กำหนดให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อน

ถ้า  $z_1 - z_2$  เป็นจำนวนจริง และ  $z_1^2 - 2z_2^2$  เป็นจำนวนจินตภาพแท้

$z_1 \cdot \bar{z}_1$  มีค่าเท่าใด (คณิตศาสตร์ กข 32)

ก.  $2(z_2 + \bar{z}_2)^2$

ข.  $\frac{1}{2}(z_2 + \bar{z}_2)^2$

ค.  $2z_2 \cdot \bar{z}_2$

ง.  $\frac{1}{2}z_2 \cdot \bar{z}_2$

16. ส่วนจริงของจำนวนเชิงซ้อน  $\left(\frac{2i}{1-i}\right)^{12}$  คือข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 38)

ก. -64

ข. -16

ค. 16

ง. 64

17. กำหนดให้  $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  ส่วนจริงของ  $\frac{1}{1+z^5}$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 39)

ก. -1

ข.  $-\frac{1}{2}$

ค.  $\frac{1}{2}$

ง. 1

18. ถ้า  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง

$$z_1 = \left(\cos \frac{\pi}{16} + i \sin \frac{\pi}{16}\right)^4 \text{ และ } \bar{z}_2 = \overline{2+i} - \frac{\sqrt{2}}{z_1}$$

แล้ว  $z_2$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 41)

ก. 1

ข. -1

ค.  $i$

ง.  $-i$



19. รากที่ 6 ของ  $-64$  ที่ไม่เป็นจำนวนจริง เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 40)

ก. มี 4 ราก คือ  $\sqrt{3} \pm i$  และ  $\pm 2i$

ข. มี 4 ราก คือ  $1 \pm \sqrt{3}i$  และ  $-1 \pm \sqrt{3}i$

ค. มี 6 ราก คือ  $1 \pm \sqrt{3}i$ ,  $-1 \pm \sqrt{3}i$  และ  $\pm 2i$

ง. มี 6 ราก คือ  $\sqrt{3} \pm i$ ,  $-\sqrt{3} \pm i$  และ  $\pm 2i$

20. กำหนดให้  $\alpha$ ,  $\beta$  และ  $\gamma$  เป็นรากทั้งสามของสมการ  $\sqrt{2}z^3 = 1 + i$

ถ้า  $\alpha$  และ  $\beta$  เป็นรากที่อยู่ในควอดรันต์ที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

แล้ว  $4\alpha^4 - \beta^4 + 2\gamma^4$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 37)

ก. 4

ข.  $(1 + 3\sqrt{3}) + i$

ค.  $4 + \sqrt{3}i$

ง.  $1 + 3\sqrt{3}$

21. กำหนดให้  $A = \{x \in C / x^3 - 2x^2 + 9x - 18 = 0\}$

$$B = \{x \in C / x^4 - 81 = 0\}$$

เซต  $(A - B) \cup (B - A)$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 41)

ก.  $\{-3, -2, 3\}$

ข.  $\{-3, 2, 3\}$

ค.  $\{2, 3\}$

ง.  $\{-3, 3\}$



22. ให้  $R$  เป็นเซตของจำนวนจริง  $C$  เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน

เซตใดต่อไปนี้นี้เป็นเอกพหุสัมพัทธ์ที่ทำให้ประพจน์  $\exists x[x^4 + 3x^2 - 10 = 0]$  มีค่าความจริงเป็นเท็จ

(คณิตศาสตร์ กข 38)

ก. เซตของจำนวนอตรรกยะ

ข.  $\{x \in R / |x| > 2\}$

ค.  $\{z \in C / 1 \leq |z| < 2\}$

ง.  $\{z \in C / 2 \leq |z| < 3\}$

23. ค่าสัมบูรณ์ของรากของสมการ  $z^5 - 3iz^4 + 4z - 12i = 0$  เป็นสมาชิกของเซตใด (คณิตศาสตร์ กข 27)

ก.  $\{\sqrt{2}, \frac{3}{2}, 3, 5, 11\}$

ข.  $\{0, 1, \sqrt{3}, 2, 4\}$

ค.  $\{\frac{1}{2}, \sqrt{5}, \frac{5}{2}, 6, 10\}$

ง.  $\{\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{5}{3}, 7, 8, 9\}$

24. ค่าสัมบูรณ์ของรากของสมการ  $z^2(1 - z^2) = 16$  อยู่ในเซตใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ กข 26)

ก.  $\{0, \frac{1}{2}, 2, \frac{3}{2}\}$

ข.  $\{1, \frac{4}{3}, 7, 11\}$

ค.  $\{\frac{3}{4}, \frac{3}{5}, 4, 5\}$

ง.  $\{\frac{5}{4}, 6, 9, 16\}$



25. กำหนดให้  $U$  เป็นเซตของจำนวน และ  $S$  เป็นสับเซตของ  $U$

กำหนดโดย  $S = \{x \in U / x^6 - 3x^2 - 2 = 0\}$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง เมื่อ  $|S|$  = จำนวนสมาชิกของเซต  $S$  (คณิตศาสตร์ กข 31)

- ก. ถ้า  $U$  = เซตของจำนวนเต็ม แล้ว  $|S| = 1$                       ข. ถ้า  $U$  = เซตของจำนวนตรรกยะ แล้ว  $|S| = 2$   
ค. ถ้า  $U$  = เซตของจำนวนจริง แล้ว  $|S| = 2$                       ง. ถ้า  $U$  = เซตของจำนวนเชิงซ้อน แล้ว  $|S| = 6$

26. ให้  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 10$  โดยที่  $a, b$  เป็นจำนวนจริง และ  $f(1 + 2i) = 0$

จงหาส่วนจริงของ  $f(i^{10})$  (คณิตศาสตร์ กข 41)

27. ถ้า  $2 + i$  เป็นรากหนึ่งของสมการ  $f(x) = 0$  เมื่อ  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 10$

แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง (คณิตศาสตร์ กข 40)

- ก.  $f(1) = 8, f(-1) = 0$                       ข.  $f(1) = 0, f(-1) = 8$   
ค.  $f(1) = 4, f(-1) = 0$                       ง.  $f(1) = 0, f(-1) = 4$



28. ในระบบจำนวนเชิงซ้อน ข้อใดต่อไปนี้ผิด (คณิตศาสตร์ กข 36)

ก. ผลคูณของรากทั้งสี่ของสมการ  $x^4 = 1$  เท่ากับ  $-1$

ข. ถ้า  $z$  เป็นรากของสมการ  $x^2 - 6x + 18 = 0$  แล้ว  $z \cdot \bar{z} = 18$

ค. ถ้า  $A = \{z / z^{10} = 1\}$  และ  $B = \{z / \frac{1}{z} \in A\}$  แล้ว  $A \neq B$

ง. ถ้า  $2i$  เป็นรากของสมการ  $x^3 + x^2 + ax + b = 0$  แล้ว  $a = b$  โดยที่  $a, b$  เป็นจำนวนจริง

๕ กรกฎาคม ร.ศ. ๒๒๒

