โจทย์เสริมประสบการณ์ จำนวนเชิงซ้อน

****

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. กำหนดให้ $Z^2 = -9-40i$ และ $|z-1| = 5\sqrt{2}$ จงหา ส่วนจินตภาพของ $\frac{\bar{z}}{3+2i}$

2. ให้ $2x+\frac{3}{2}yi = \frac{1-i}{2+i}+\frac{2-i}{1+i}$ จงหาค่า (x , y)

3. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

   1. ส่วนจริงของ $\frac{2+i}{1-i}$ คือ $\frac{3}{2}$ 2. $\frac{3+4i}{3-4i}-\frac{3-4i}{3+4i} = \frac{-48}{7}i$ 3. $\left|\frac{2+i}{2-i}.\frac{-2+i}{-2-i}\right| > 1$

   4. $\frac{1}{1+i}.\frac{1}{1-i}+(2+i) = \frac{5}{2}+i$ 5. ไม่มีข้อที่ถูกต้อง

4. กำหนดให้ Z = $\frac{1+i}{i}+\frac{2+i}{i}+\frac{3+i}{i}+.....+\frac{9+i}{i}$

   W = $\frac{1-i}{i}+\frac{2-i}{i}+\frac{3-i}{i}+.....+\frac{9-i}{i}$

จงพิจารณาข้อใดต่อไปนี้ ไม่เป็นจริง

   1. Z W = $|Z|^2$ 2. $Z+\overline{W} = \bar{Z}+W$ 3. Z + W = 18

   4. W^{-1} = $\frac{Z}{|Z|^2}$ 5. $|Z\overline{W}| = |-ZW|$

5. อินเวอร์สการคูณของ $\frac{3-4i}{(1-i)(2+i)}$

6. สังยุคของ $\frac{i}{2+i}+\frac{3+i}{4+i}$

7. ถ้า $Z_n = n+(n+1)i$ เมื่อ $n \in I$ ถ้า $|Z_n| = \sqrt{313}$ จงหาค่าว่า ค่าใดเป็นไปไม่ได้

   1. 2n < 30 2. $n^2+n-156=0$ 3. $|Z_{n+1}| = \sqrt{364}$

   4. 2n+1 = -25 5. $|z^{-3}| = \left|\frac{1}{z}\right|^3$

8. $Z_1 = 3+4i$ และ $Z_2 = \frac{i}{1+\frac{i}{Z_1}}$ จงหาค่า $|Z_2|^2$ มีค่าเท่าใด

9. ถ้า b > 0 ถ้า $\left|\frac{z^2+4z-32}{z^2-64}\right| = 1$ และ $z.\bar{z} = 61$ จงหา a^2-b

10. กำหนด Z_1 = $\frac{2i}{1+i+\frac{i^3}{1+i}}$ และ Z_2 = $\frac{-2i}{1-i-\frac{i^3}{1-i}}$ ค่าของ $\left|Z_1^2 / Z_2^2 - 3i\right|$ เท่ากับเท่าใด

11. กำหนดให้ $z=-2i^{1872}+i+2i^{-3}+3i^{-5}+4i^{-7}$ แล้วจงหา $\left|z^{2}\right|$

12.กำหนดให้ $\left|\frac{z-1}{z-3}\right|=1$ และ $\left|\frac{z-2i}{z-2}\right|=1$ จงหาค่าของ z

13. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน *z* จาก $\left|\frac{z-12}{z-8i}\right|=\frac{5}{3}$ และ $\left|\frac{z-4}{z-8}\right|=1$ มีค่าได้มากที่สุดเท่าใด

14.ถ้า Z_1 และ Z_2 เป็นคำตอบของสมการ $(z-2\sqrt{3})^3=-8i$ ซึ่งมีขนาดเป็นจำนวนเต็ม จงหาค่า $Z_1 + Z_2$

15. จากสมการ $8x^3+10x^2-x-3=0$ มีรากสมการเป็น a , b , c ตามลำดับ โดยที่ a < b < c จงหาค่าของ **a+2b+3c** มีค่าอยู่ในเซตใดต่อไปนี้

16. กำหนดให้ Z_1 , Z_2 และ Z_3 เป็นรากที่ 3 ของจำนวนเชิงซ้อนจำนวนหนึ่ง จงหาค่า $\frac{(z_2z_3)^2}{2}$ โดย

$z_1=\sqrt{2}(\cos 345^\circ - i\sin 345^\circ)$

17. ถ้า z เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $(1+i)(\overline{z+1})=-1$ แล้วจงหาค่าผลต่างของส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อน $z(z-\bar{z})^{15}$

18 กำหนดให้ z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่ $2z_1\overline{z_2} = 1+\overline{z_2}$ และ $z_1 = (\cos\frac{\pi}{18}+i\sin\frac{\pi}{18})^6$

จงหาค่า อินเวอร์สการคูณของ z_2

19. ให้ $|Z_1+2i|=5$, $Z_1^2=15-8i$, $Z_2^{\,2}=-9-40i$ และ $|z_2-1|=5\sqrt{2}$

จงหาค่า $\left|\frac{\overline{Z_1}^3}{Z_2^{\,2}(-3+4i)}\right|$

20. กำหนดให้ $Z_1=4(-\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12})$, $Z_2=3(-\cos\frac{\pi}{8}-i\sin\frac{\pi}{8})$ และ

$Z_3=6(\cos\frac{\pi}{12}-i\sin\frac{\pi}{12})$ จงหาค่าของ $\left(\frac{z_1\cdot z_2}{z_3}\right)$ ในรูปจำนวนเชิงซ้อนรูปเชิงขั้ว

21. ถ้า $Z^4-8\sqrt{3}i+8=0$ โดยมีรากสมการคือ α,β,γ เป็นรากสมการในควอตรันต์ที่ 1 ,2 และ 4 ตามลำดับ จงหาค่าของ $\frac{\alpha^3\beta^2}{\gamma}$

22.กำหนด Z_1 , Z_2 และ Z_3 เป็นรากของสมการ $2ix^3-(-3+2i)x^2-(3-5i)x+(-3+4i)=0$

ค่าของ $\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+\frac{1}{z_3}-3(z_1+z_2+z_3)^2$ เท่ากับข้อใด

23.กำหนดให้ f(x) = $x^4-6x^3+15x^2+ax-2b$ ถ้า 1 + i และ 2 - i เป็นคำตอบของรากของสมการพหุนาม f(x) แล้วจงหาค่าของ $|a-3b|$

24.ถ้า α,β,γ เป็นรากของสมการ $2x^3-3x^2-7x-5=0$ จงหาค่าของ $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$