

3.6 กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

จุดประสงค์การเรียนรู้หัวข้อ 3.5

เมื่อนักเรียนเรียนจบหน่วยนี้
แล้วนักเรียนสามารถเขียนกราฟ
ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยเฉพาะฟังก์ชันไซน์และโคไซน์เป็นกราฟที่มีความสำคัญมากทั้งในการศึกษาคณิตศาสตร์และในวิชาอื่น ๆ เช่น เรื่องของแสง เสียง เป็นต้น ดังนั้นผู้เรียนจึงควรศึกษาลักษณะและการเขียนกราฟของฟังก์ชันทั้งสองและฟังก์ชันอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

(1) กราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์

สำหรับฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ถ้า $(x, y) \in \text{sine}$ จะได้ $y = \sin x$ และ

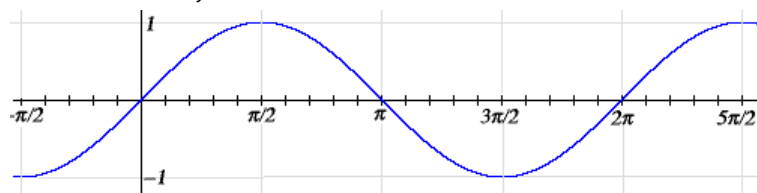
ถ้า $(x, y) \in \text{cosine}$ จะได้ $y = \cos x$

การเขียนกราฟของฟังก์ชันทั้งสองสามารถดำเนินการได้ดังนี้

พิจารณาค่าของฟังก์ชัน sine

x	y = sin x	(x, y)
0	0	(0,0)
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$
$\frac{\pi}{2}$	1	$(\frac{\pi}{2}, 1)$
$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2})$
π	0	($\pi, 0$)
$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$(\frac{7\pi}{6}, -\frac{1}{2})$
$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$(\frac{4\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$
$\frac{3\pi}{2}$	-1	$(\frac{3\pi}{2}, -1)$
$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$(\frac{11\pi}{6}, -\frac{1}{2})$
2π	0	($2\pi, 0$)

จากค่าของฟังก์ชัน **sine** ด้านซ้ายมือ เมื่อนำมากำหนดจุดเพื่อเขียนกราฟอย่างคร่าว ๆ จะได้กราฟลักษณะดังนี้



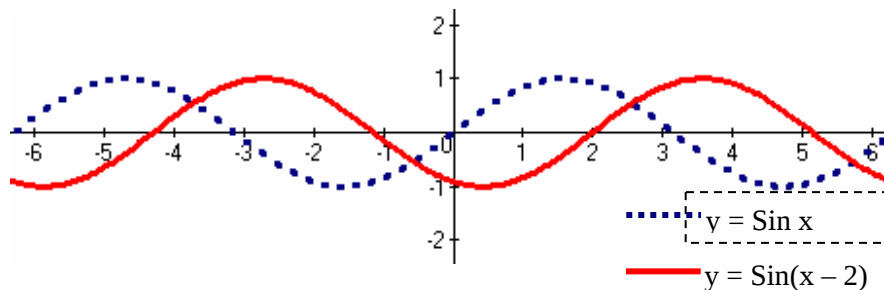
และจากลักษณะกราฟของ $f(x) = y = \sin x$ เราสามารถสรุปเกี่ยวกับลักษณะของฟังก์ชันดังกล่าวได้ดังนี้

1. โดเมนของฟังก์ชัน คือ เซตของจำนวนจริง
 $D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$
2. เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ $[-1, 1]$
 $R_f = \{y | -1 \leq y \leq 1\}$
3. ฟังก์ชัน $y = \sin x$ ไม่เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 จึงมีค่า x หลาย ๆ ค่า ที่ทำให้ได้ค่า y เพียงค่าเดียว เช่น $x = \pi$ จะได้ $y = \sin \pi = 0$ และ $x = 2\pi$ จะได้ $y = \sin 2\pi = 0$ เช่นกัน จากลักษณะดังกล่าวทำให้ควรระวังว่าถ้ามีเงื่อนไขว่า $\sin x_1 = \sin x_2$ จึงไม่สามารถสรุปได้ว่า $x_1 = x_2$
4. ในบางครั้งเราต้องการศึกษาฟังก์ชัน $y = \sin x$ ในลักษณะที่เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 ดังนั้นเราจึงต้องกำหนดช่วงของโดเมนให้เหมาะสม ซึ่งช่วงของโดเมนที่ทำให้ฟังก์ชันดังกล่าวเป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 มีมากมาย แต่ช่วงที่นิยมใช้ต้องเป็นช่วงที่เรนจ์ของฟังก์ชันยังคงมีลักษณะเหมือนเดิม และเนื่องจากช่วงของเรนจ์เป็น $[-1, 1]$ ซึ่งช่วงดังกล่าวมีมากมาย เช่น $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ เป็นต้นซึ่งช่วงที่นิยมใช้คือช่วง $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
5. กราฟของฟังก์ชันไซน์มีคาบเท่ากับ 2π
6. กราฟตัดแกน X ที่จุด $\dots, -2\pi, \pi, 0, \pi, 2\pi, 3\pi$ และตัดแกน Y ที่ 0
7. ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน sine คือ 1 และค่าต่ำสุด คือ -1

ตัวอย่าง 24 จงเขียนกราฟของ $y = \sin x$ และ $y = \sin(x - 2)$ บนแกนพิกัดเดียวกัน

วิธีทำ

เมื่อเขียนกราฟทั้งสองบนแกนพิกัดเดียวกันพบว่า

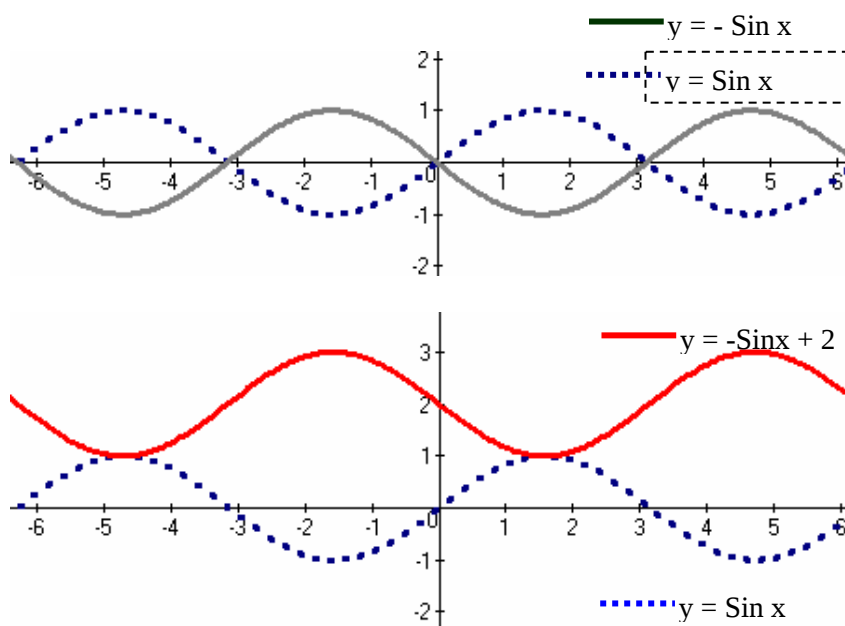


จากรูปจะเห็นว่ากราฟ $y = \sin(x - 2)$ จะเลื่อนไปทางด้านขวามือ 2 หน่วย จากกราฟ $y = \sin x$

ตัวอย่าง 25 จงเขียนกราฟของ $y = \sin x$ และ $y = -\sin x + 2$

วิธีทำ

เมื่อเขียนกราฟทั้งสองบนแกนพิกัดเดียวกันพบว่า



จากรูปจะพบว่ากราฟ $y = -\sin x$ จะสะท้อนกับกราฟ $y = \sin x$ บนแกน X

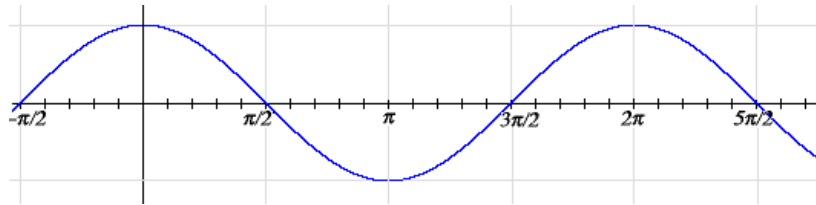
จากรูปจะพบว่ากราฟ $y = -\sin x + 2$ เป็นกราฟที่เลื่อนขึ้นด้านบน 2 หน่วย เทียบกับกราฟ $y = -\sin x$

พิจารณาค่าของฟังก์ชันโคไซน์และกราฟของฟังก์ชันโคไซน์

ค่าของฟังก์ชัน cosine	x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
cos x		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

จากข้อมูลในตารางข้างต้น นำมากำหนดเป็นจุดเพื่อเขียนกราฟได้ ดังนี้

กราฟของฟังก์ชันโคไซน์



เช่นเดียวกับฟังก์ชันไซน์ จากลักษณะของกราฟฟังก์ชันโคไซน์ ซึ่งผู้เรียนควรทราบมีดังนี้

1. โดเมนของฟังก์ชัน คือ เซตของจำนวนจริง

$$D_f = \{x | x \in \mathbb{R}\}$$

2. เรนจ์ของฟังก์ชัน คือ $[-1, 1]$

$$R_f = \{y | -1 \leq y \leq 1\}$$

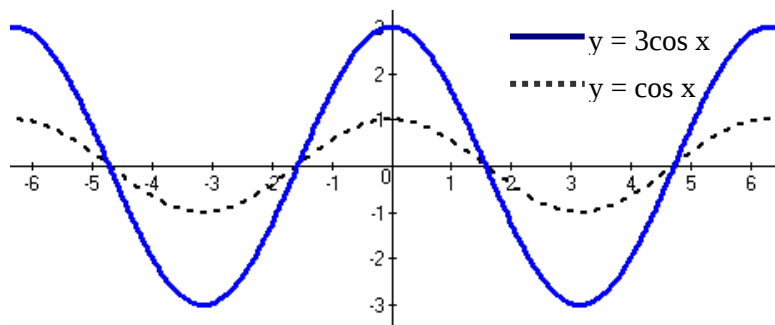
3. ฟังก์ชัน $y = \cos x$ ไม่เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 นั่นคือ ถ้า $x_1 = x_2$ เราสามารถสรุปได้ว่า $\cos x_1 = \cos x_2$ แต่ถ้า $\cos x_1 = \cos x_2$ เราจึงไม่สามารถสรุปได้ว่า $x_1 = x_2$

4. ถ้าให้ $x \in [0, \pi]$

ฟังก์ชัน $y = \cos x$ เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 นั่นคือ $x_1 = x_2$ ก็ต่อเมื่อ $\cos x_1 = \cos x_2$

ตัวอย่าง 26 จงเขียนกราฟของ $y = 3\cos x$

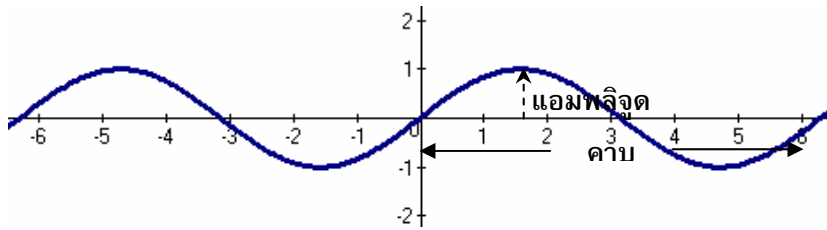
วิธีทำ



จากกราฟจะเห็นว่า กราฟของ $y = 3\cos x$ จะมีค่า y เป็น 3 เท่าของ $y = \cos x$ ในแต่ละค่าของ x

จากฟังก์ชัน $y = \sin x$ และ $y = \cos x$ ตามที่ยกตัวอย่างข้างต้น ถ้าผู้เรียนสังเกตให้ดีแล้วจะพบว่า ถ้าเราเริ่มเขียนกราฟในช่วง 0 ถึง 2π ก่อน หลังจากนั้นเมื่อเขียนกราฟในช่วงต่อไป ก็จะพบว่าในช่วง 2π ถึง 4π ลักษณะของกราฟก็จะเหมือนกับกราฟในช่วงก่อน และมีลักษณะเดียวกันเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ซึ่งลักษณะกราฟเช่นนี้เราเรียกว่าเป็น **ฟังก์ชันที่มีคาบ (periodic function)**

จากลักษณะดังกล่าว ผู้เรียนจะพบว่าถ้าเราแบ่งแกน X ออกเป็นช่วง ๆ โดยที่ความยาวแต่ละช่วงเท่ากัน กราฟในแต่ละช่วงจะมีลักษณะเหมือนกัน ดังนั้นในการเขียนกราฟเราจะหารายละเอียดของกราฟได้ในช่วงเดียว ส่วนช่วงอื่น ๆ กราฟจะมีลักษณะเหมือนกัน ความยาวของช่วงที่สั้นที่สุดที่มีลักษณะดังกล่าวข้างต้น เราจะเรียกว่า คาบ (period) ของฟังก์ชัน ดังนั้นคาบของฟังก์ชัน $y = \sin x$ หรือ $y = \cos x$ ก็คือความยาวของช่วง 0 ถึง 2π นั่นเอง



ในกรณีที่ฟังก์ชันที่เป็นคาบมีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุด เราจะเรียกค่าที่เท่ากับครึ่งหนึ่งของผลต่างของค่าสูงสุดกับค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนั้นว่า แอมพลิจูด (amplitude)

จากฟังก์ชัน

$$Y = A\sin(\omega x) \text{ และ } y =$$

$$A\cos(\omega x)$$

ฟังก์ชันดังกล่าวจะมีแอมพลิจูด(A)

เท่ากับ $|A|$ และมีคาบเท่ากับ $\frac{2\pi}{\omega}$

นั่นคือ ถ้า M และ m เป็นค่าสูงสุดและต่ำสุด ของฟังก์ชันที่เป็นคาบตามลำดับ

แอมพลิจูดของฟังก์ชัน เท่ากับ $\frac{1}{2}(M-m)$ เช่น ฟังก์ชัน $y = \sin x$

ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน $y = \sin x$ เท่ากับ 1

ค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน $y = \sin x$ เท่ากับ -1

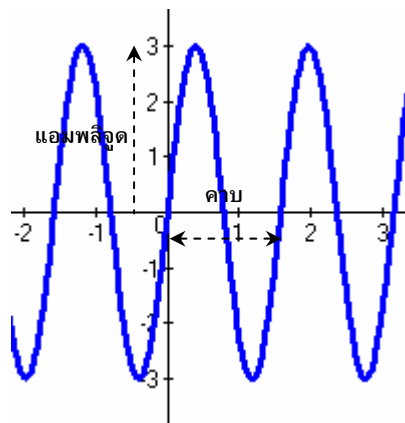
ซึ่งจากกราฟข้างต้นจะพบว่ามีคาบเท่ากับ 2π หรือ จากสูตรที่ว่า

คาบ (T) = $\frac{2\pi}{\omega}$ ดังนั้น คาบของฟังก์ชัน $y = \sin x$ เท่ากับ $\frac{2\pi}{1}$ และ

มีแอมพลิจูดเท่ากับ $\frac{1}{2}(1 - (-1)) = 1$

ตัวอย่าง 27 จงหาคาบและแอมพลิจูดของกราฟ $y = 3\sin(4x)$

วิธีทำ



จากกราฟจะเห็นว่ามีคาบ $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

และ แอมพลิจูด(A)เท่ากับ 3

กิจกรรม 13

1. จงเขียนกราฟต่อไปนี้ได้อย่างคร่าว ๆ

1) $y = \sin x - 1$

2) $y = \cos(x - \pi)$

3) $y = -2 \sin x$

4) $y = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

5) $y = 2 \sin x + 2$

6) $-3 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

2. จงหาคาบและแอมพลิจูดของฟังก์ชันตรีโกณมิติต่อไปนี้

1) $y = 5 \sin(4x)$

2) $y = 5 \cos(\pi x)$

3) $y = -2 \cos(2\pi x)$

4) $y = -4 \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

5) $y = 4 \sin(2x - \pi)$

6) $y = 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$

$$7) y = -3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$8) y = 3 \sin\left(-2x + \frac{\pi}{2}\right) - 2$$

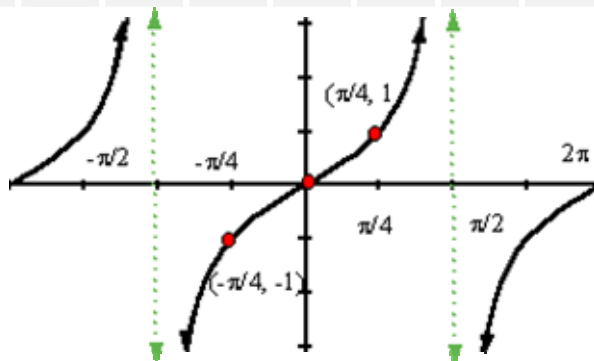
สำหรับกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ นอกจากกราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์มีลักษณะดังนี้

กราฟของฟังก์ชันแทนเจนต์ $y = \tan x$

จาก $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ดังนั้น ค่า x ที่ทำให้เราไม่สามารถหาค่า y ได้ คือ ค่า x ที่ทำให้ $\cos x = 0$ ซึ่งค่าเหล่านี้ได้แก่ $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$ นั่นคือ $x \neq \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$ ซึ่งอาจเขียนได้ในรูปของ $x \neq n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ เมื่อ $n \in I$ พิจารณตารางค่าของฟังก์ชันแทนเจนต์ดังต่อไปนี้

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

กราฟของฟังก์ชันแทนเจนต์
มีลักษณะดังรูป



ข้อสังเกต

สิ่งที่ควรรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน $y = \tan x$

1. โดเมนของฟังก์ชัน คือ $\{x|x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}, n \in I\}$
2. เรนจ์ของฟังก์ชันคือ เซตของจำนวนจริง $(-\infty, \infty)$ หรือ $\mathbb{R}$
3. ฟังก์ชัน $y = \tan x$ ไม่เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
4. ถ้า $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ฟังก์ชัน $y = \tan x$ จะเป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
5. คาบของฟังก์ชันเท่ากับ π
6. แอมพลิจูดของฟังก์ชันไม่มี

กราฟของฟังก์ชันโคเซแคนต์ $y = \operatorname{cosec} x$

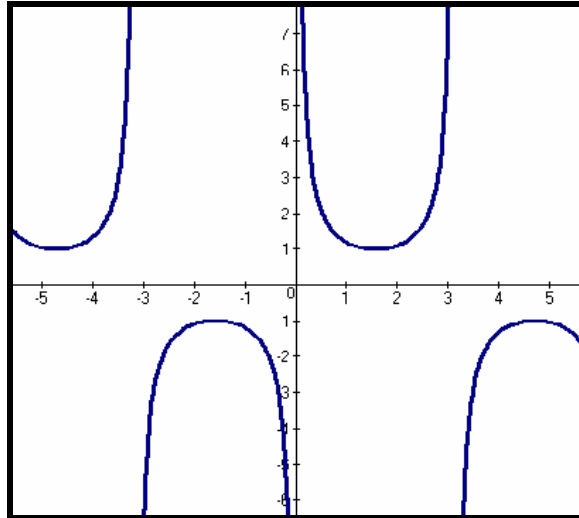
$$\text{เนื่องจาก } y = \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$$

แสดงว่า ค่า x ที่ทำให้เราไม่สามารถหาค่า y ได้ คือ ค่า x ที่ทำให้ $\sin x = 0$ ซึ่งค่าเหล่านี้ได้แก่ $0, \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots$ ดังนั้นโดเมนของฟังก์ชันดังกล่าว คือ เซตของจำนวนจริง ยกเว้นค่า x ที่ทำให้ $\sin x = 0$ ซึ่งเขียนได้ดังนี้ $\mathbb{R} - \{0, \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots\}$ หรือ $\{x|x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi, n \in I\}$ พิจารณตารางค่าของฟังก์ชันแทนเจนต์ดังต่อไปนี้

พิจารณาค่าของ y ในช่วง $[0, 2\pi]$ จะพบว่า ถ้า $\sin x$ มีค่าลดลง ค่า y หรือ $\operatorname{cosec} x$ จะมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ถ้า $\sin x$ มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า y หรือ $\operatorname{cosec} x$ จะมีค่าลดลง

ดังนั้น เราสามารถเขียนกราฟของ $y = \operatorname{cosec} x$ อย่างคร่าว ๆ ได้ดังนี้

กราฟของฟังก์ชัน
โคเซแคนต์
มีลักษณะดังรูป



ข้อสังเกต

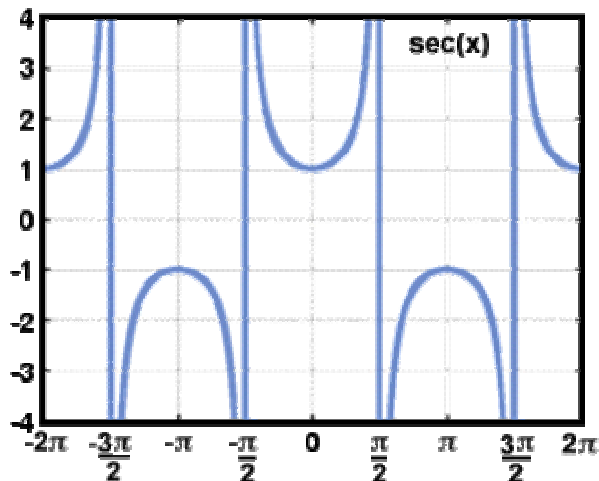
สิ่งที่ควรรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน $y = \operatorname{cosec} x$

1. โดเมนของฟังก์ชัน คือ $\{x|x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi, n \in \mathbb{I}\}$
2. เรนจ์ของฟังก์ชันคือ $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
3. ฟังก์ชัน $y = \tan x$ ไม่เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
4. ถ้า $x \in [-\frac{\pi}{2}, 0) \cup (0, \frac{\pi}{2}]$ เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
5. คาบของฟังก์ชันเท่ากับ 2π
6. แอมพลิจูดของฟังก์ชันไม่มี

กราฟของฟังก์ชันเซแคนต์ $y = \sec x$

จาก $y = \sec x = \frac{1}{\cos x}$ ดังนั้น ค่า x ที่ทำให้เราไม่สามารถหาค่า y ได้ คือ ค่า x ที่ทำให้ $\cos x = 0$ ซึ่งค่าเหล่านี้ได้แก่ $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$ ดังนั้นโดเมนของฟังก์ชันดังกล่าว คือ เซตของจำนวนจริง ยกเว้นค่า x ที่ทำให้ $\cos x = 0$ ซึ่งเขียนได้ดังนี้ $\mathbb{R} - \{\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots\}$ หรือ $\{x|x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi \pm \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{I}\}$ ต่อไปนี้ สังเกตลักษณะค่าของ y จะพบว่าค่า y จะมีลักษณะเหมือนกับ $y = \operatorname{cosec} x$ กล่าวคือ ถ้า $\cos x$ มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า y หรือ $\sec x$ ก็จะมีค่าลดลง แต่ถ้า $\cos x$ มีค่าลดลง ค่า y หรือ $\sec x$ ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้น

กราฟของฟังก์ชัน
เซแคนต์
มีลักษณะดังรูป



ข้อสังเกต

สิ่งที่ควรรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน $y = \sec x$

1. โดเมนของฟังก์ชัน คือ $\{x|x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{I}\}$
2. เรนจ์ของฟังก์ชันคือ $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ นั่นคือ $\sec x \leq -1$ หรือ $\sec x \geq 1$
3. ฟังก์ชัน $y = \sec x$ ไม่เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
4. ถ้า $x \in [0, \frac{\pi}{2})$ ฟังก์ชัน $y = \sec x$ ก็จะเป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
5. คาบของฟังก์ชันเท่ากับ 2π
6. แอมพลิจูดของฟังก์ชันไม่มี

กราฟของฟังก์ชันโคแทนเจนต์ $y = \cot x$

$$\text{เนื่องจาก } y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

แสดงว่า ค่า x ที่ทำให้เราไม่สามารถหาค่า y ได้ คือ ค่า x ที่ทำให้ $\sin x = 0$ ซึ่งค่าเหล่านี้ได้แก่ $0, \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots$ ดังนั้นโดเมนของฟังก์ชันดังกล่าว คือ เซตของจำนวนจริงยกเว้นค่า x ที่ทำให้ $\sin x = 0$ ซึ่งเขียนได้ดังนี้ $\mathbb{R} - \{0, \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots\}$ หรือ $\{x|x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi, n \in \mathbb{I}\}$

พิจารณารายการค่าของฟังก์ชันแทนเจนต์ดังต่อไปนี้

ซึ่งจากการสังเกตลักษณะค่า y โดยเอาลักษณะกราฟของ $\tan x$ มาพิจารณา เนื่องจาก

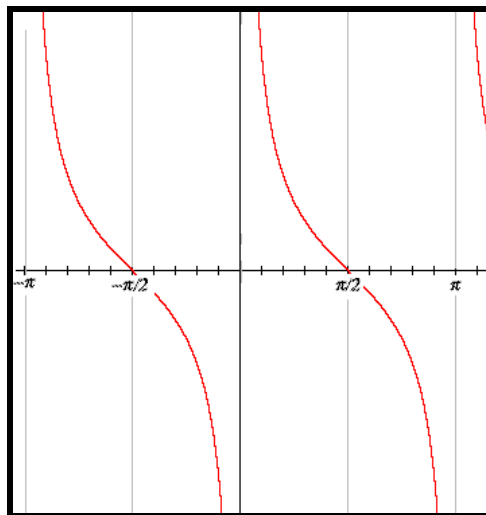
$$y = \cot x = \frac{1}{\tan x} \text{ จะพบว่าลักษณะการเพิ่มหรือลดลงของกราฟจะตรงกันข้ามกับกราฟของ}$$

$y = \tan x$ กล่าวคือ ถ้า $\tan x$ มีค่าเพิ่มขึ้น $y = \cot x$ จะมีค่าลดลง แต่ถ้า $\tan x$ มีค่าลดลง $y = \cot x$ จะมีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้น เราสามารถเขียนกราฟของ $y = \cot x$ อย่างคร่าว ๆ ได้ดังนี้

กราฟของฟังก์ชัน

โคแทนเจนต์

มีลักษณะดังรูป

**ข้อสังเกต**

สิ่งที่ควรรู้เกี่ยวกับฟังก์ชัน $y = \cot x$

1. โดเมนของฟังก์ชัน คือ $\{x|x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi, n \in \mathbb{I}\}$
2. เรนจ์ของฟังก์ชันคือ เซตของจำนวนจริง $(-\infty, \infty)$ หรือ $\mathbb{R}$
3. ฟังก์ชัน $y = \cot x$ ไม่เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
4. ถ้า $x \in (0, \pi)$ ฟังก์ชัน $y = \cot x$ จะเป็นฟังก์ชันแบบ 1-1
5. คาบของฟังก์ชันเท่ากับ π

6. แอมพลิจูดของฟังก์ชันไม่มี

กิจกรรม 14

1. จงเขียนกราฟของ $y = \tan x$ ในช่วง $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$
2. จงเขียนกราฟของ $y = \cot x$ ในช่วง 1 คาบ
3. จงเขียนกราฟของ $y = \operatorname{cosec} x$ ในช่วง -2π ถึง 4π
4. จงเขียนกราฟของ $y = \sec (2x + 3\pi)$ ในช่วง 1 คาบ

แบบฝึกหัด 3.6

1. จงเขียนกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใช้แกนร่วมกันแต่เขียนให้กราฟมีสีต่าง ๆ กัน แล้วพิจารณาเปรียบเทียบกราฟที่ได้ พร้อมทั้งหาสาเหตุว่าอะไรทำให้กราฟเหล่านี้แตกต่างกันหรือเหมือนกัน
 - 1) $y = \sin x$, $y = \sin 2x$
 - 2) $y = \cos x$, $y = 3 \cos x$
 - 3) $y = \cos x$, $y = \sec x$
 - 4) $y = \tan x$, $y = \cot x$
 - 5) $y = \tan x$, $y = \tan \frac{x}{2}$
 - 6) $y = \sin \frac{x}{2}$, $y = \cos \frac{x}{2}$
2. จงเขียนกราฟของ $y = \sin x$ และ $y = \cos x$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq 2\pi$ โดยใช้แกนร่วมกันแล้วพิจารณารายละเอียดดังต่อไปนี้
 - 1) ช่วงใดที่ $\sin x \geq \cos x$
 - 2) ช่วงใดที่ $\cos x > \sin x$
 - 3) ช่วงใดที่ $\sin x + \cos x \geq 0$
 - 4) ช่วงใดที่ $\sin x + \cos x < 0$
3. สมการ $y = 0.001 \sin (400\pi t)$ เป็นสมการของคลื่นเสียงที่เกิดจากซอมเสียง เมื่อ t แทนเวลาเป็นวินาที จงเขียนกราฟของสมการนี้แล้วหา
 - 1) แอมพลิจูดของฟังก์ชัน
 - 2) คาบของฟังก์ชัน
 - 3) ค่าของ y เมื่อ t มีค่า 2 , 5 , 8.5 , 100 , -10 วินาที
4. สมการ $I = a \sin(120 \pi t)$ เป็นสมการของปริมาณของกระแสไฟในเวลา t วินาที (a เป็นค่าคงตัว) จงหา
 - 1) แอมพลิจูดและคาบของฟังก์ชัน
 - 2) ค่าของ I เมื่อ t มีค่า 1 , 2 , 3 , 5 , 100 , 1,000 วินาที