

3.5 การอ่านค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติจากตาราง

จุดประสงค์การเรียนรู้หัวข้อ 3.5

เมื่อนักเรียนเรียนจบหน่วยนี้
แล้วนักเรียนสามารถหาค่า
ฟังก์ชันตรีโกณมิติจากตารางได้

จากหัวข้อที่ผ่านมาผู้เรียนได้ทราบค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริงหรือมุมมาบ้างแล้ว และทราบด้วยว่าไม่ว่าจะกำหนดจำนวนจริงหรือมุมใด ๆ ที่อยู่ในโดเมนของฟังก์ชันตรีโกณมิตินั้นมาหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง(หรือมุม) นั้นได้เสมอถ้าทราบค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง(หรือมุม) ตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{2}$ นักคณิตศาสตร์ได้สร้างตารางแสดงค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริงบางจำนวนในช่วง $[0, \frac{\pi}{2}]$ หรือของมุมบางมุมที่มีขนาดตั้งแต่ 0° ถึง 90° ดังแสดงไว้ในตารางซึ่งอยู่ในภาคผนวก ในตารางแสดงเฉพาะค่าของฟังก์ชัน sine , tangent , cotangent และ cosine ส่วนค่าของ cosecant และ secant หาได้โดยอาศัยค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ดังนี้

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \text{และ} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

ตารางที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นส่วนหนึ่งจากตารางค่าตรีโกณมิติ

Degrees	Radian	sine	Tangent	Cotangent	Cosine		
18°00'	.3142	.3090	.3249	3.0777	.9511	1.2566	72°00'
10'	.3171	.3118	.3281	3.0475	.9502	1.2537	50'
20'	.3200	.3145	.3314	3.0178	.9492	1.2508	40'
30'	.3229	.3173	.3346	2.9887	.9483	1.2479	30'
40'	.3258	.3201	.3378	2.9600	.9474	1.2450	20'
50'	.3287	.3228	.3411	2.9319	.9465	1.2421	10'
19°00'	.3316	.3256	.3443	2.9042	.9455	1.2392	71°00'
10'	.3345	.3283	.3476	2.8770	.9446	1.2363	50'
20'	.3374	.3311	.3508	2.8502	.9436	1.2334	40'
30'	.3403	.3338	.3541	2.8239	.9426	1.2305	30'
40'	.3432	.3365	.3574	2.7980	.9417	1.2275	20'
50'	.3462	.3393	.3607	2.7725	.9407	1.2246	10'
20°00'	.3491	.3420	.3640	2.7475	.9397	1.2217	70°00'
		Cosine	Cotangent	Tangent	Sine	Radian	Degrees

พิจารณาตารางนี้เพื่อเป็นตัวอย่างในการอ่านค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง(หรือมุม) การอ่านตารางทำได้ดังนี้

ถ้าอ่านค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริงหรือมุมตั้งแต่ 0 ถึง $\frac{\pi}{4}$ ให้ดูทางด้านซ้ายของตารางค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยอ่านจากบนลงล่าง แต่ถ้าอ่านค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริงหรือมุมตั้งแต่ $\frac{\pi}{4}$ ถึง $\frac{\pi}{2}$ ให้ดูทางขวามือของตารางโดยอ่านจากล่างขึ้นบน ดังเช่น

0 ถึง $\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$ ถึง $\frac{\pi}{2}$
$\sin 18^\circ 30' = .3173$	$\sin 71^\circ 20' = .9474$
$\cos .3316 = .9455$	$\cos 1.2537 = .3118$
$\cot 19^\circ 10' = 2.8770$	$\tan 70^\circ 40' = 2.8502$

ในการหาค่าของ $\sec\theta$ และ $\operatorname{cosec}\theta$ สามารถคำนวณหาได้โดย

$$\begin{aligned}\text{เช่น } \sec 19^\circ 40' &= \frac{1}{\cos 19^\circ 40'} = \frac{1}{.9417} \approx 1.0619 \\ \csc 72^\circ &= \frac{1}{\sin 72^\circ} = \frac{1}{.9511} \approx 1.0514\end{aligned}$$

สำหรับการหาค่าของฟังก์ชันของจำนวนจริงหรือมุมที่ละเอียดกว่าที่ตารางที่กำหนดไว้ให้ ก็สามารถใช้วิธีเทียบสัดส่วนจากค่าที่อยู่ใกล้เคียงกันได้โดยอนุโลม ดังเช่น

ตัวอย่าง 21 จงหาค่าของ $\sin 18^\circ 12'$

วิธีทำ จากตารางเราทราบว่า

$$\begin{aligned}10 \left[\begin{array}{l} 2 \left[\begin{array}{l} \sin 18^\circ 10' = .3118 \\ \sin 18^\circ 12' = \\ \sin 18^\circ 20' = .3145 \end{array} \right] x \end{array} \right] .0027 \\ \frac{x}{.0027} = \frac{2}{10} \\ x = \frac{2 \times 0.0027}{10} \\ x = .0054\end{aligned}$$

จากตาราง $\sin 18^\circ 10' = .3118$

$\sin 18^\circ 20' = .3145$

ค่าของมุมเพิ่มขึ้น $10'$ ค่าของไซน์เพิ่มขึ้น 0.0027

$$\begin{aligned}\text{ค่าของมุมเพิ่มขึ้น } 2' \text{ ค่าของไซน์เพิ่มขึ้น} &= \frac{2 \times 0.0027}{10} \\ &= .0054\end{aligned}$$

ดังนั้น $\sin 18^\circ 12' = .3118 + .0054 = .3172$ (โดยประมาณ)

ตัวอย่าง 22 จงหาค่าของ $\cos 1.2330$

วิธีทำ จากตารางเราทราบว่า

$$\begin{aligned}29 \left[\begin{array}{l} 25 \left[\begin{array}{l} \cos 1.2305 = .3338 \\ \cos 1.2330 = \\ \cos 1.2334 = .3311 \end{array} \right] x \end{array} \right] .0027 \\ \frac{x}{.0027} = \frac{25}{29} \\ x = \frac{25 \times 0.0027}{29} \\ x = .0023\end{aligned}$$

จากตาราง $\cos 1.2305 = .3338$

$\cos 1.2334 = .3311$

ค่าของมุมเพิ่มขึ้น 0.0029 ค่าของโคไซน์ลดลง 0.0027

$$\begin{aligned}\text{ค่าของมุมเพิ่มขึ้น } 0.0025 \text{ ค่าของโคไซน์ลดลง} &= \frac{25 \times 0.0027}{29} \\ &= .0023\end{aligned}$$

ดังนั้น $\cos 1.2330 = .3338 - .0023 = .3315$ (โดยประมาณ)

สำหรับการหาค่าตรีโกณมิติที่มีค่ามากกว่า $\frac{\pi}{2}$ สามารถหาได้โดยอาศัยเอกลักษณ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติช่วยในการคำนวณดังนี้

ตัวอย่าง 23 จงหาค่าของ $\cot 5.95$

วิธีทำ จาก $\cot 5.95 \approx \cot(2\pi - .3332)$
 $\approx -\cot .3332$

$$29 \left[\begin{array}{l} 16 \left[\begin{array}{l} \cot 0.3316 = 2.9042 \\ \cot 0.3332 = \\ \cot 0.3345 = 2.8770 \end{array} \right] x \end{array} \right] .0272$$

$$\frac{x}{.0272} = \frac{16}{29}$$

$$x = \frac{16 \times 0.0272}{29}$$

$$x = .0150$$

จากตาราง $\cot 0.3316 = 2.9042$

$\cot 0.3345 = 2.8770$

ค่าของมุมเพิ่มขึ้น 0.0029 ค่าของโคแทนเจนต์ลดลง 0.0272

ค่าของมุมเพิ่มขึ้น 0.0025 ค่าของโคไซน์ลดลง $= \frac{16 \times 0.0272}{29}$
 $= .0150$

$\cot 0.3332 = 2.9042 - .0150 = 2.8892$ (โดยประมาณ)

ดังนั้น $\cot 5.95 = -2.8892$ (โดยประมาณ)

ตัวอย่าง 24 จงหาค่าของ θ เมื่อกำหนดให้ $\sin \theta = 0.4550$

วิธีทำ จากตารางเราทราบว่า

$$.0029 \left[\begin{array}{l} x \left[\begin{array}{l} \sin .4712 = .4540 \\ \sin \theta = .4550 \\ \sin .4741 = .4566 \end{array} \right] .0010 \end{array} \right] .0026$$

$$\frac{x}{.0029} = \frac{.0010}{0.0026}$$

$$x = \frac{.0029 \times .0010}{0.0026}$$

$$x = .0011$$

จากตาราง $\sin 0.4712 = .4540$

$\sin 0.4741 = .4566$

ค่าของฟังก์ชันไซน์เพิ่มขึ้น 0.0026 ค่าของจำนวนจริงมีขนาดเพิ่มขึ้น

ค่าของฟังก์ชันไซน์เพิ่มขึ้น 0.0010 ค่าของจำนวนจริงมีขนาดเพิ่มขึ้น

$$= \frac{0.0029 \times 0.0010}{0.0026}$$

$$= .0011$$

ดังนั้น θ มีขนาดเท่ากับ $0.4712 + 0.0011 = 0.4723$ (โดยประมาณ)

กิจกรรม 12

1. จงหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติต่อไปนี้ (ค่าโดยประมาณ) โดยใช้ตาราง
(กำหนดให้ $\pi \approx 3.14$)

- | | |
|-------------------------|-------------------|
| 1) $\sin 26^\circ 20'$ | 2) $\cos 1.4923$ |
| 3) $\tan 50^\circ 50'$ | 4) $\cot 0.8610$ |
| 5) $\sin 26^\circ 37'$ | 6) $\sec 0.9550$ |
| 7) $\cos 250^\circ 42'$ | 8) $\cot(-2.000)$ |
| 9) $\csc 125^\circ 25'$ | 10) $\sec 5.5200$ |

2. จงหาค่าของ θ เมื่อกำหนด (ค่าประมาณ) เมื่อกำหนดให้ $0 \leq \theta \leq \pi$ หรือ

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 1) $\sin \theta = 0.2345$ | 2) $\sin \theta = 0.4291$ |
| 3) $\cos \theta = -0.2500$ | 4) $\cot \theta = 2.600$ |

แบบฝึกหัด 3.5

1. จงหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติต่อไปนี้ โดยใช้ตาราง

- | | |
|------------------------|-------------------------|
| 1) $\cos 30^\circ 10'$ | 2) $\sin 40^\circ 30'$ |
| 3) $\tan(-378^\circ)$ | 4) $\cot 190^\circ 20'$ |
| 5) $\tan 27^\circ 36'$ | 6) $\cos 407^\circ 43'$ |
| 7) $\cos 3.16$ | 8) $\sin 1.6406$ |
| 9) $\tan 0.38$ | 10) $\sin 0.24$ |
| 11) $\cos 2.84$ | 12) $\tan 3.56$ |

2. จงหาค่าของ θ เมื่อกำหนด (ค่าประมาณ) เมื่อกำหนดให้ $0 \leq \theta \leq \pi$ หรือ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $\cos \theta = 0.9194$ | 2) $\tan \theta = 3.4124$ |
| 3) $\cos \theta = -0.8631$ | 4) $\sin \theta = 0.9382$ |
| 5) $\cos \theta = -0.3760$ | 6) $\cos \theta = 0.7200$ |
| 7) $\sin \theta = 0.8735$ | 8) $\sin \theta = 0.8648$ |
| 9) $\tan \theta = 0.5254$ | 10) $\sin \theta = 0.9392$ |