

ชุดที่ 3 ตรีโกณมิติและการประยุกต์ (ม.5)

1. ให้ $S = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ และ $F(x) = \sin^2 x + \sin^2 x + \sin^2 x + \dots$, $x \in S$ ถ้า a เป็นสมาชิกของเซต S ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $F(a) \leq 1$ แล้ว $F(a)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 41)

1. 0 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{1}{2}$ 4. 1

2. $\sec(2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{3}})$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (ตุลา 41) _____

3. ถ้า $1 + \cos^2 \theta + \cos^4 \theta + \dots = a$ โดยที่ a เป็นจำนวนจริง แล้ว $\cos(\pi - 2\theta) \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (มีนา 42)

1. $-\left(\frac{a-2}{a}\right)^2$ 2. $\left(\frac{a-2}{a}\right)^2$ 3. $-\left(\frac{a}{a+2}\right)^2$ 4. $\left(\frac{a}{a+2}\right)^2$

4. ให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ $\cos(2 \arcsin x) + 2 = 4 \sin^2(\arccos x)$ ข้อใดต่อไปนี้คือ ผลคูณของสมาชิกในเซต A (มีนา 42)

1. $-\frac{1}{4}$ 2. $-\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{4}$ 4. $\frac{1}{2}$

5. $\{\cos A \mid 0 \leq A \leq \frac{4\pi}{3} \text{ และ } 5 - 3 \sin 3A \text{ มีค่ามากที่สุด}\}$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 42)

1. $\left\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ 2. $\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, 0\right\}$
3. $\left\{0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ 4. $\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

6. ให้ O เป็นจุดกำเนิด A เป็นจุดบนแกน X และ B เป็นจุดในระนาบ ซึ่งทำให้เส้นตรง OB มีความชันเท่ากับ 2 และเส้นตรง AB มีความชันเท่ากับ 1 ถ้า $\theta = \hat{ABO}$ แล้ว $\sec^2 \theta$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 42)

1. $\frac{10}{9}$ 2. $\frac{11}{9}$ 3. 10 4. 11

7. ถ้าสามเหลี่ยม ABC มีมุม $BAC = 45^\circ$ มุม $ACB = 60^\circ$ และด้าน AC ยาว 20 นิ้ว แล้วพื้นที่ของสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (มีนา 43)

1. $\frac{300\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$ ตารางหน่วย 2. $\frac{300\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ ตารางหน่วย
3. $\frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$ ตารางหน่วย 4. $\frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$ ตารางหน่วย

8. $\sec\left[\frac{1}{2}\left(\arcsin\frac{3}{5} + \arccos\frac{3}{5}\right)\right] + \tan\left[\frac{1}{2}\left(\arcsin\frac{4}{5} + \arccos\frac{4}{5}\right)\right]$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (มีนา 43)
1. $\sqrt{2}$
 2. $\sqrt{3}$
 3. $1+\sqrt{2}$
 4. $2+\sqrt{3}$
9. ถ้า $\arctan x = \arctan\frac{1}{4} - 2\arctan\frac{1}{2}$ แล้ว $\sin(180^\circ + \arctan x)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 43)
1. $\frac{13}{5\sqrt{17}}$
 2. $\frac{16}{5\sqrt{17}}$
 3. $\frac{-13}{5\sqrt{17}}$
 4. $\frac{-16}{5\sqrt{17}}$
10. ถ้า $\sin x = \frac{3}{5}$ และ $\tan x = -\frac{3}{4}$ แล้ว $\det\left(2\begin{bmatrix} \csc x & \sec x \\ 1 & \cos x \end{bmatrix}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 43)
1. $-\frac{1}{6}$
 2. $-\frac{1}{3}$
 3. $-\frac{2}{3}$
 4. -1
11. กำหนดวงกลม C มีจุดศูนย์กลางที่ $(-1, 2)$ และสัมผัสแกน X ที่จุด P เส้นตรง L ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม C และมีความชันเป็น 1 ถ้า Q เป็นจุดตัดของ C และ L ที่อยู่ในควอดรันต์ที่ 2 แล้วกำลังสองของระยะ PQ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 43)
1. $6-4\sqrt{2}$ หน่วย
 2. $7-4\sqrt{2}$ หน่วย
 3. $8-4\sqrt{2}$ หน่วย
 4. $9-4\sqrt{2}$ หน่วย
12. รูปสามเหลี่ยม ABC มี a, b และ c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุม A, B และ C ตามลำดับ ถ้า $\cos B = \frac{1}{4}$ และ $(a+b+c)(a-b+c) = 30$ แล้ว ac มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (มีนา 44)
1. 12
 2. 20
 3. $\frac{20}{5}$
 4. $\frac{40}{3}$
13. ถ้า $\sin 15^\circ + \sin 55^\circ = x$ และ $\cos 15^\circ + \cos 55^\circ = y$ แล้ว $(x+y)^2 - 2xy$ เท่ากับข้อใด (ตุลา 44)
1. $4\cos^2 20^\circ$
 2. $2\cos^2 20^\circ$
 3. $4\cos^2 40^\circ$
 4. $2\cos^2 40^\circ$
14. $-\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ - \sin^2 3^\circ + \dots - \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (มีนา 45) _____
15. กำหนดให้ $0 \leq \theta \leq 2\pi$ เซตคำตอบของสมการ $\frac{\cos^2 \theta - \cos \theta}{\sin \theta - \frac{1}{2}} < 0$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้ (มีนา 45)
1. $(0, \frac{\pi}{3})$
 2. $(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6})$
 3. $(0, \frac{\pi}{4}) \cup (\frac{5\pi}{6}, \pi)$
 4. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2})$
16. ถ้า a และ b เป็นคำตอบของสมการ $\sin(2\arcsin x) = x$ โดยที่ $a \neq 0, b \neq 0$ และ $a \neq b$ แล้ว $|\sin \arctan(ab)|$ เท่ากับเท่าใด (ตุลา 45) _____

17. นายดำยืนอยู่บนสนามแห่งหนึ่งมองเห็นยอดเสาธงสูงเป็นมุมเงย 60° แต่เมื่อเขาเดินตรงเข้าไปหาเสาธงอีก 20 เมตร เขามองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 75° ในขณะที่เขามองเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย 60° นั้น เขายืนอยู่ห่างจากเสาธงเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 45)

1. $10(2 + \frac{3}{2}\sqrt{3})$ เมตร
2. $10(2 + \frac{1}{2}\sqrt{3})$ เมตร
3. $10(2 + 2\sqrt{3})$ เมตร
4. $10(2 + \sqrt{3})$ เมตร

18. ในสามเหลี่ยม ABC ถ้า $A = 30^\circ$ ด้าน BC ยาว 2 เซนติเมตร และด้าน AC ยาว 3 เซนติเมตร แล้ว $4\sin 3B$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (มีนา 46) _____

19. ถ้า $\arccos x - \arcsin x = \frac{\pi}{6}$ แล้ว $\arccos x - \arctan 2x$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (มีนา 46)

1. $\frac{\pi}{12}$
2. $\frac{5\pi}{12}$
3. $\frac{7\pi}{12}$
4. $\frac{11\pi}{12}$

20. $1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \left(\arccos \frac{4}{5} - \arctan \frac{4}{3}\right)\right)$ เท่ากับเท่าใด (ตุลา 46) _____

21. ถ้า $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ และ $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ แล้ว $\tan^2 B$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 46)

1. 4
2. $\frac{3}{2}$
3. 1
4. $\frac{2}{3}$

22. ค่า $\sin\left(2\arctan \frac{1}{2}\right) + \cot^2\left(\arcsin \frac{1}{3}\right)$ เท่ากับเท่าใด (มีนา 47) _____

23. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมี $\hat{ACB} = 60^\circ$ ลากเส้นตรงจากจุด A ไปพบด้าน BC ที่จุด D โดยทำให้ $\hat{BAD} = 30^\circ$ ถ้าระยะ BD ยาว 3 หน่วย และระยะ AD ยาว 2 หน่วย แล้วระยะ CD ยาวเท่าใด (มีนา 47)

1. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
2. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
3. $\frac{7\sqrt{6}}{9}$
4. $\frac{8\sqrt{6}}{9}$

24. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC มีด้าน BC ยาว $\sqrt{3}$ หน่วย ด้าน AC ยาว 2 หน่วย

ถ้ามุม $B = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ แล้ว ค่าของ $\sin(A+B) + \sin(A-B)$ เท่ากับเท่าใด (ตุลา 47) _____

25. กำหนดให้ $\theta \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ ถ้า $\frac{\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) - 1}{\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) + 1} = \frac{3}{5}$ แล้ว $\cos^2 \theta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (ตุลา 47)

1. $\frac{3}{5}$
2. $\frac{4}{5}$
3. $\frac{7}{10}$
4. $\frac{9}{10}$

26. ถ้า $\frac{\sin^2 3A}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 3A}{\cos^2 A} = 2$ แล้ว $\cos 2A$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี (มีนา 48)

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 4. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

27. ถ้า $\tan(\arccos x) = -\sqrt{3}$ แล้ว ค่าของ $x \sin(2 \arccos x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (มีนา 48)

1. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ 2. $-\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{2}$ 4. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

28. $\sin(\arctan 2 + \arctan 3)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (A-NET 49)

1. $-\frac{1}{2}$ 2. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 3. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 4. $\frac{1}{2}$

29. ถ้า $\sec \theta + \csc \theta = 1$ แล้ว $\sin 2\theta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี (A-NET 49)

1. $2(1-\sqrt{2})$ 2. $2(\sqrt{2}-1)$ 3. $1-\sqrt{3}$ 4. $\sqrt{3}-1$

30. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\tan 14^\circ + \tan 76^\circ = 2 \csc 28^\circ$

ข. ถ้า $x > 0$ และ $\sin(2 \arctan x) = \frac{4}{5}$ แล้ว $x \in (\frac{1}{3}, 3)$

ข้อใดต่อไปนีถูก (A-NET 50)

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

31. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีด้านตรงข้ามมุม A, B, C ยาว $2a, 3a, 4a$ ตามลำดับ ถ้า $\sin A = k$ แล้ว $\cot B + \cot C$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี (A-NET 50)

1. $\frac{1}{6k}$ 2. $\frac{k}{6}$ 3. $\frac{1}{3k}$ 4. $\frac{k}{3}$

32. ให้ A, B และ C เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม ABC และ $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$

โดยที่ $\tan A \tan B \tan C = 3 + 2\sqrt{3}$ และ $\tan B + \tan C = 2 + 2\sqrt{3}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\tan C = 2 + \sqrt{3}$ ข. $\hat{C} = \frac{5\pi}{12}$

ข้อใดต่อไปนีถูก (A-NET 51)

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

33. ให้ θ เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $\frac{1}{\tan^2 \theta} + \frac{1}{\cot^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 7$

แล้ว $\tan^2 2\theta$ มีค่าเท่าใด (A-NET 51) _____

34. กำหนดให้ $\sec x + \tan x = A$ ถ้า $A \neq 0$ แล้วค่าของ $\cos x$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT ตุลาคม 51)

1. $2A$ 2. $\frac{A^2-1}{A^2+1}$ 3. $\frac{A}{A^2+1}$ 4. $\frac{2A}{A^2+1}$

35. ถ้า $\frac{1+\tan x}{1-\tan x} = \frac{1+A\cos x \sin x}{\cos 2x}$ แล้ว A มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT ตุลาคม 51)

1. 1 2. 2 3. 4 4. 6

36. จำนวนคำตอบที่แตกต่างกันของสมการ $\arcsin x = 2 \arccos x$ มีทั้งหมดกี่ค่า (PAT ตุลาคม 51)

1. 1 2. 2 3. 3 4. 4

37. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมและ D เป็นจุดบนด้าน BC ซึ่ง $\hat{BAD} = \hat{CAD}$

ถ้า $\frac{BD}{CD} = 2$ แล้วค่าของ $\frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT ตุลาคม 51)

1. $\frac{1}{2}$ 2. 1 3. $\frac{3}{2}$ 4. 2

38. ถ้า $\cos \theta - \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ แล้วค่าของ $\sin 2\theta$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT มีนาคม 52)

1. $\frac{4}{13}$ 2. $\frac{9}{13}$ 3. $\frac{4}{9}$ 4. $\frac{13}{9}$

39. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม A เท่ากับ 60° , $BC = \sqrt{6}$ และ $AC = 1$
ค่าของ $\cos(2B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT มีนาคม 52)

1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 4. $\frac{3}{4}$

40. ให้ $-1 \leq x \leq 1$ เป็นจำนวนจริงซึ่ง $\arccos x - \arcsin x = \frac{\pi}{2552}$

แล้ว ค่าของ $\sin\left(\frac{\pi}{2552}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT มีนาคม 52)

1. $2x$ 2. $1-2x^2$ 3. $2x^2-1$ 4. $-2x$

41. ค่าของ $\left(\frac{\sin 30^\circ}{\sin 10^\circ} - \frac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT กรกฎาคม 52)

1. -1 2. 1 3. 2 4. -2

42. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมและ D เป็นจุดกึ่งกลางด้าน BC ถ้า $AB = 4$ หน่วย, $AC = 3$ หน่วย

และ $AD = \frac{5}{2}$ หน่วย แล้วด้าน BC ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT กรกฎาคม 52)

1. 3 2. 4 3. 5 4. 6

43. ถ้า $\arcsin(5x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$ แล้วค่าของ $\tan(\arcsin x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT กรกฎาคม 52)

1. $\frac{1}{5}$ 2. $\frac{1}{3}$ 3. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 4. $\frac{1}{2}$

44. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้าน AB ยาว 2 หน่วย ถ้า $BC^3 + AC^3 = 2BC + 2AC$ แล้ว $\cot C$ ค่าเท่ากับเท่าใด (PAT ตุลาคม 52)

1. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. 1 4. $\sqrt{3}$

45. ถ้า $1 - \cot 20^\circ = \frac{x}{1 - \cot 25^\circ}$ แล้ว x มีค่าเท่าใด (PAT ตุลาคม 52) _____

46. ถ้า $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{3}{2}$ เมื่อ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ แล้ว $\arccos(\tan 3\theta)$ มีค่าเท่าใด (PAT ตุลาคม 52) _____

47. กำหนดให้ $f\left(\frac{x}{x-1}\right) = \frac{1}{x}$ เมื่อ $x \neq 0$ และ $x \neq 1$ ถ้า $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

แล้ว $f(\sec^2 \theta)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี (PAT มีนาคม 53)

1. $\sin^2 \theta$ 2. $\cos^2 \theta$ 3. $\tan^2 \theta$ 4. $\cot^2 \theta$

47. ให้ α และ β เป็นมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยที่ $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

$$\text{ถ้า } \cos\left(\arcsin\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\right) + \sin\left(\arccos\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\right) = 1$$

แล้ว $\sin \beta$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (PAT มีนาคม 53) _____

48. ค่าของ $\frac{\cos 36^\circ - \cos 72^\circ}{\sin 36^\circ \tan 18^\circ + \cos 36^\circ}$ เท่ากับเท่าใด (PAT มีนาคม 53) _____